Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben

Die *Weber-Fechner*-Gesetz-Helligkeit L^*_r ist eine ***logarithmische*** Funktion von L_r.
Die *Stevens*-Gesetz-Helligkeit L^*_{CIELAB} ist eine ***Potenzfunktion*** von $L_r=Y/5$.
IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion $L^*_{IEC} = m\,L_r^{1/2,4}$.
Das *Weber-Fechner*-Gesetz ist äquivalent zur Gleichung: $\Delta L_r = c\,L_r$ [1]
Integration führt zur logarithmischen Gleichung: $L^*_r=k\log(L_r)$. [2]
Ableitung für $\Delta L^*_r=1$ führt zur linearen Gleichung: $L_r/\Delta L_r=k=57$. [3]
Für Farben im Büro ist der **Normkontrastbereich 25:1**=90:3,6

Tabelle 1: Normfarbwert *Y*, Leuchtdichte *L* und Helligkeiten *L**

Farbe (matt)	Norm-farbwert	Büro-Leuchtdichte	relative Leuchtdichte	CIE Helligkeit	relative Helligkeit
(Kontrast) (25:1=90:3,6)	Y	L [cd/m²]	$L_r=L/L_u$	$L^*_{CIELAB} \sim m\,L_r^{1/2,4}$	$L^*_r=k\log(L_r)$
Weiß W (Papier)	90 =18*5	142 =28,2*5	5	94	40 $=k\log(5)$
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0 $=k\log(1)$
Schwarz N Papier	3,6 =18/5	5,6 28,2/5	0,2	18	−40 $=k\log(0,2)$

Im Helligkeitsbereich zwischen $L^*_r=-40$ und 40 ist die Konstante: $k=40/\log(5)=57$

egn30−1n

Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben und zwei Bereiche $0,2 \le L_r \le 1$ und $1 \le L_r \le 5$

Die *Weber-Fechner*-Gesetz-Helligkeit L^*_r ist eine ***logarithmische*** Funktion von L_r.
Die *Stevens*-Gesetz-Helligkeit L^*_{CIELAB} ist eine ***Potenzfunktion*** von $L_r=Y/5$.
IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion $L^*_{IEC} = m\,L_r^{1/2,4}$.
Das *Weber-Fechner*-Gesetz entspricht der linearen Gleichung: $\Delta L_r=c_i L_r$ $(i=0,1)$ [1]
Integration führt zur logarithmischen Gleichung: $L^*_r=k_i\log(L_r)$ $(i=0,1)$ [2]
Ableitung führt für $\Delta L^*_r=1$ zur linearen Gleichung: $L_r/\Delta L_r=k_i$ $(k_0=46,\ k_1=63)$ [3]
Für Farben im Büro ist der **Normkontrastbereich 25:1**=90:3,6

Tabelle 1: Normfarbwert *Y*, Leuchtdichte *L* und Helligkeiten *L**

Farbe (matt)	Norm-farbwert	Büro-Leuchtdichte	relative Leuchtdichte	CIE Helligkeit	relative Helligkeit
(Kontrast) (25:1=90:3,6)	Y	L [cd/m²]	$L_r=L/L_u$	$L^*_{CIELAB} \sim m\,L_r^{1/2,4}$	$L^*_r=k\log(L_r)$
Weiß W (Papier)	90 =18*5	142 =28,2*5	5	94	44 $=k_1\log(5)$
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0 $=k_0\log(1)$
Schwarz N Papier	3,6 =18/5	5,6 28,2/5	0,2	18	−32 $=k_0\log(0,2)$

Für die zwei Helligkeitsbereiche gilt $k_0=-32/\log(0,2)=46$ und $k_1=44/\log(5)=63$.

egn30−2n

Farblinien-Element von *Stiles* (1946) mit „Farbwerten” L_P, M_D, S_T

Drei separate Farberregungsfunktionen

$$F(L_P)=i\ln(1+9L_P)$$
$$F(M_D)=j\ln(1+9M_D)$$
$$F(S_T)=k\ln(1+9S_T)$$

***Taylor*-Ableitungen:**

$$\Delta F(L_P,M_D,S_T)=\frac{dF}{dL_P}\Delta L_P+\frac{dF}{dM_D}\Delta M_D+\frac{dF}{dS_T}\Delta S_T$$
$$=\frac{9i}{1+9L_P}\Delta L_P+\frac{9j}{1+9M_D}\Delta M_D+\frac{9k}{1+9S_T}\Delta S_T$$

egn31−1n

Farblinien-Element von *Vos&Walraven* (1972) mit „Farbwerten” L_P, M_D, S_T

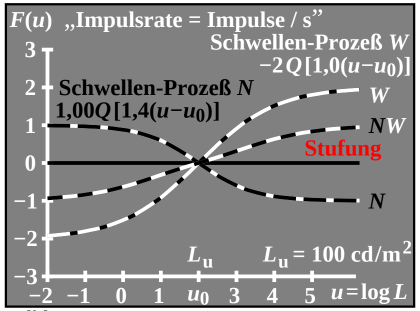
Drei separate Farb-Erregungsfunktionen

$$F(L_P)=-2i\sqrt{L_P}$$
$$F(M_D)=-2j\sqrt{M_D}$$
$$F(S_T)=-2k\sqrt{S_T}$$

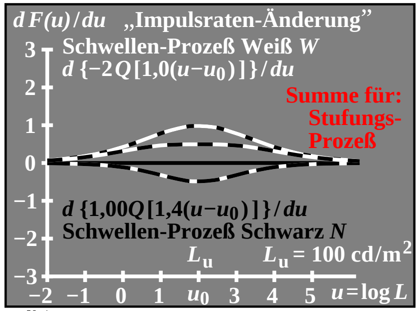
***Taylor*-Ableitungen:**

$$\Delta F(L_P,M_D,S_T)=\frac{dF}{dL_P}\Delta L_P+\frac{dF}{dM_D}\Delta M_D+\frac{dF}{dS_T}\Delta S_T$$
$$\Delta F(L_P,M_D,S_T)=\frac{i}{\sqrt{L_P}}\Delta L_P+\frac{j}{\sqrt{M_D}}\Delta M_D+\frac{k}{\sqrt{S_T}}\Delta S_T$$

egn31−2n



egn30−3n



egn30−4n

„Unbunterregung”-Beschreibung mit Unterfunktion $q[k(u-u_0)]$

mit $u=\log L$ (L = Leuchtdichte)
$u_0=\log L_u$ (L_u = Umfeld-Leuchtdichte)

$$q[k(u-u_0)]=1+1/[1+\sqrt{2}\,e^{k(u-u_0)}]$$

Unterfunktionswerte:

$q[k(u-u_0)\rightarrow+\infty] = 1$
$q[k(u-u_0) = 0] = \sqrt{2}$
$q[k(u-u_0)\rightarrow-\infty] = 2$

egn31−3n

„Unbunterregung”-Beschreibung mit Funktion $Q_{lm}[k(u-u_0)]$

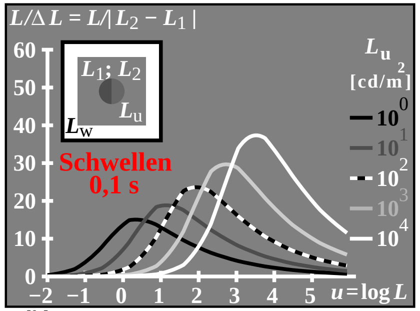
mit $u=\log L$ (L = Leuchtdichte)
$u_0=\log L_u$ (L_u = Umfeld-Leuchtdichte)

$$Q_{lm}[k(u-u_0)]=\frac{l}{\ln\sqrt{2}}\ln q[k(u-u_0)]-m$$

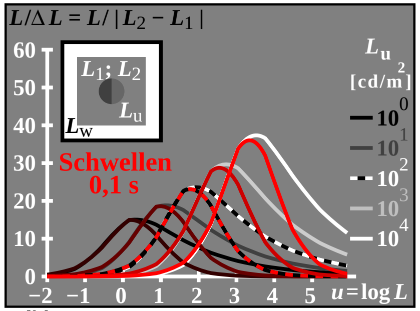
Funktionswerte mit $l = m = 1$:

$Q[k(u-u_0)\rightarrow+\infty] = -1$
$Q[k(u-u_0) = 0] = 0$
$Q[k(u-u_0)\rightarrow-\infty] = 1$

egn31−4n



egn30−5n



egn30−6n

„Unbunterregung”-Unterscheidung als Funktion der relativen Helldichte $h=\ln H=k(u-u_0)$, ln = natürl. Log.

$$Q'=\frac{d}{dH}[\ln\{1+1/(1+\sqrt{2}H)\}]/\ln\sqrt{2}$$
$$=-\sqrt{2}/[\ln\sqrt{2}(1+\sqrt{2}H)(2+\sqrt{2}H)]$$

Funktionswerte:

$Q'[k(u-u_0)\rightarrow+\infty] = 0$
$Q'[k(u-u_0) = 0] = -0,5$
$Q'[k(u-u_0)\rightarrow-\infty] = 0$

egn31−5n

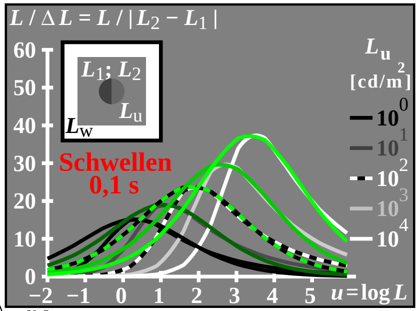
Leuchtdichte-Unterscheidungsvermögen $L/\Delta L$ als Funktion von H

mit: $L=10^u$ $H=e^h=10^{\log e\,k(u-u_0)}$
$dL/du=\ln 10\,L$ $dH/du=k\,H$

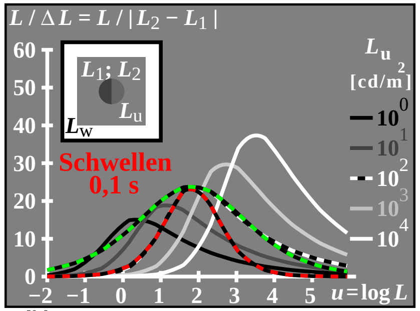
Es folgt: $L/\Delta L=[k\,H/(dH\ln 10)]$
$$\frac{L}{dL}=\text{const}\,H/[(1+\sqrt{2}H)(2+\sqrt{2}H)]$$

$Q'[k(u-u_0)\rightarrow+\infty] = 0$
$Q'[k(u-u_0) = 0] =$ Maximum
$Q'[k(u-u_0)\rightarrow-\infty] = 0$

egn31−6n



egn30−7n



egn30−8n

Doppel-Linienelement von *Richter* (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte $L=f(L_P, M_D, S_T)$

$$F(L)=\int_{-\infty}^{L}(L/\Delta L)\,dL \quad \text{(relative } L, M, S\text{?)}$$
$$F(L)=iQ(H)=\begin{cases}\underline{i}\,Q(\underline{H}) & (u<u_0)\\ \bar{i}\,Q(\bar{H}) & (u\ge u_0)\end{cases}$$

mit: $\underline{k}=1,4$ $\bar{k}=1$ $\underline{i}=1$ $\bar{i}=-2$
$u=\log L$ $u_0=\log L_u$
$H=e^{k(u-u_0)}$, $\underline{H}=e^{\underline{k}(u-u_0)}$, $\bar{H}=e^{\bar{k}(u-u_0)}$

egn31−7n

Doppel-Linienelement von *Richter* (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte $L=F(L_P, M_D, S_T)$

$$F(L)=\int_{-\infty}^{L}(L/\Delta L)\,dL \quad \text{(relative } L, M, S\text{?)}$$
$$F(L)=iQ(H) \qquad H=e^{k(u-u_0)}$$
$$Q(H)=[\ln\{1+1/(1+\sqrt{2}H)\}]/\ln\sqrt{2}-1$$

***Taylor*-Ableitungen:**

$$\Delta F(L)=\frac{dF}{dL}\Delta L=i\,\frac{dQ}{dH}\Delta H$$
$$=-i\sqrt{2}\Delta H/[\ln\sqrt{2}(1+\sqrt{2}H)(2+\sqrt{2}H)]$$

egn31−8n

TUB-Prüfvorlage egn3; Schwellen, Kontrast $(L/\Delta L)$, Helligkeit L^* und Beziehungen
Linienelement, Kontrast und Helligkeit nach *Weber-Fechner, Stiles und Vos&Walraven*

Siehe ähnliche Dateien der ganzen Serie: http://farbe.li.tu-berlin.de/egns.htm
Technische Information: http://farbe.li.tu-berlin.de oder http://color.li.tu-berlin.de

TUB-Registrierung: 20230701-egn3/egn3l0na.txt /.ps
Anwendung für Beurteilung und Messung von Display- oder Druck-Ausgabe
TUB-Material: Code=rha4ta