Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben

Die *Weber-Fechner*-Gesetz-Helligkeit L^*_r ist eine ***logarithmische*** Funktion von L_r.
Die *Stevens*-Gesetz-Helligkeit L^*_{CIELAB} ist eine ***Potenzfunktion*** von $L_r=Y/5$.
IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion $L^*_{IEC} = m\, L_r^{1/2,4}$.
Das *Weber-Fechner*-Gesetz ist äquivalent zur Gleichung: $\Delta L_r = c\, L_r$ [1]
Integration führt zur logarithmischen Gleichung: $L^*_r = k \log(L_r)$. [2]
Ableitung für $\Delta L^*_r=1$ führt zur linearen Gleichung: $L_r/\Delta L_r = k = 57$. [3]
Für Farben im Büro ist der **Normkontrastbereich 25:1**=90:3,6

Tabelle 1: Normfarbwert *Y*, Leuchtdichte *L* und Helligkeiten *L**

Farbe (matt)	Norm-farbwert	Büro-Leuchtdichte	relative Leuchtdichte	CIE Helligkeit	relative Helligkeit
***(Kontrast)* (25:1=90:3,6)**	Y	L [cd/m^2]	$L_r = L/L_u$	$L^*_{CIELAB} \sim m\, L_r^{1/2,4}$	$L^*_r = k \log(L_r)$
Weiß W (Papier)	90 =18*5	142 =28,2*5	5	94	40 $=k\log(5)$
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0 $=k\log(1)$
Schwarz N Papier	3,6 =18/5	5,6 28,2/5	0,2	18	−40 $=k\log(0{,}2)$

Im Helligkeitsbereich zwischen $L^*_r=-40$ und 40 ist die Konstante: $k=40/\log(5)=57$

DGH00−1N

Weber-Fechner-Gesetz in CIE 230:2019 für Schwellen-Farbdifferenzen von Körperfarben und zwei Bereiche $0{,}2 <= L_r <=1$ und $1 <= L_r <=5$

Die *Weber-Fechner*-Gesetz-Helligkeit L^*_r ist eine ***logarithmische*** Funktion von L_r.
Die *Stevens*-Gesetz-Helligkeit L^*_{CIELAB} ist eine ***Potenzfunktion*** von $L_r=Y/5$.
IEC 61966-2-1 benutzt eine ähnliche Potenzfunktion $L^*_{IEC} = m\, L_r^{1/2,4}$.
Das *Weber-Fechner*-Gesetz ist äquivalent zur linearen Gleichung: $\Delta L_r = c_i L_r$ *(i=0,1)* [1]
Integration führt zur logarithmischen Gleichung: $L^*_r = k_i \log(L_r)$ *(i=0,1)* [2]
Ableitung führt für $\Delta L^*_r=1$ zur linearen Gleichung: $L_r/\Delta L_r = k_i$ ($k_0=46$, $k_1=63$) [3]
Für Farben im Büro ist der **Normkontrastbereich 25:1**=90:3,6

Tabelle 1: Normfarbwert *Y*, Leuchtdichte *L* und Helligkeiten *L**

Farbe (matt)	Norm-farbwert	Büro-Leuchtdichte	relative Leuchtdichte	CIE Helligkeit	relative Helligkeit
***(Kontrast)* (25:1=90:3,6)**	Y	L [cd/m^2]	$L_r = L/L_u$	$L^*_{CIELAB} \sim m\, L_r^{1/2,4}$	$L^*_r = k \log(L_r)$
Weiß W (Papier)	90 =18*5	142 =28,2*5	5	94	44 $=k_1\log(5)$
Grau Z (Papier)	18	28,2	1	50	0 $=k_0\log(1)$
Schwarz N Papier	3,6 =18/5	5,6 28,2/5	0,2	18	−32 $=k_0\log(0{,}2)$

Für die zwei Helligkeitsbereiche gilt $k_0=-32/\log(0{,}2)=46$ und $k_1=44/\log(5)=63$.

DGH00−2N

Linien-Element von *Stiles* (1946) mit „Farbwerten" L_P, M_D, S_T

Drei separate Farb-Signalfunktionen

$$F(L_P) = i \ln(1+9L_P)$$
$$F(M_D) = j \ln(1+9M_D)$$
$$F(S_T) = k \ln(1+9S_T)$$

***Taylor*-Ableitungen:**

$$\Delta F(L_P,M_D,S_T) = \frac{dF}{dL_P}\Delta L_P + \frac{dF}{dM_D}\Delta M_D + \frac{dF}{dS_T}\Delta S_T$$
$$= \frac{9i}{1+9L_P}\Delta L_P + \frac{9j}{1+9M_D}\Delta M_D + \frac{9k}{1+9S_T}\Delta S_T$$

DGH01−1N

Linien-Element von *Vos&Walraven* (1972) mit „Farbwerten" L_P, M_D, S_T

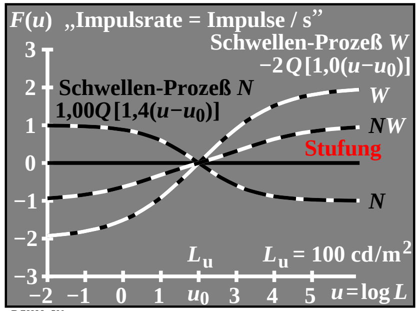
Drei separate Farb-Signalfunktionen

$$F(L_P) = -2i\sqrt{L_P}$$
$$F(M_D) = -2j\sqrt{M_D}$$
$$F(S_T) = -2k\sqrt{S_T}$$

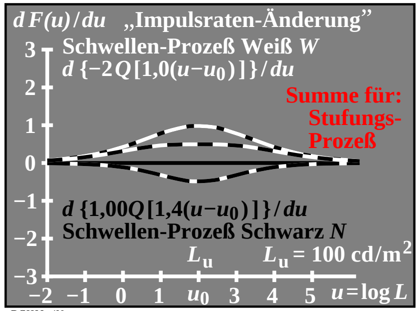
***Taylor*-Ableitungen:**

$$\Delta F(L_P,M_D,S_T) = \frac{dF}{dL_P}\Delta L_P + \frac{dF}{dM_D}\Delta M_D + \frac{dF}{dS_T}\Delta S_T$$
$$\Delta F(L_P,M_D,S_T) = \frac{i}{\sqrt{L_P}}\Delta L_P + \frac{j}{\sqrt{M_D}}\Delta M_D + \frac{k}{\sqrt{S_T}}\Delta S_T$$

DGH01−2N



DGH00−3N



DGH00−4N

Funktionen $q[k(u-u_0)]$ zur „unbuntsignal"-Beschreibung mit

mit $u = \log L$ (L = Leuchtdichte)
$u_0 = \log L_u$ (L_u = Umfeld-Leuchtdichte)

$$q[k(u-u_0)] = 1+1/[1+\sqrt{2}\,e^{k(u-u_0)}]$$

Funktionswerte:

$q[k(u-u_0) \to +\infty] = 1$
$q[k(u-u_0) = 0] = \sqrt{2}$
$q[k(u-u_0) \to -\infty] = 2$

DGH01−3N

„Unbuntsignal"-Beschreibung mit Funktionen $Q_{lm}[k(u-u_0)]$

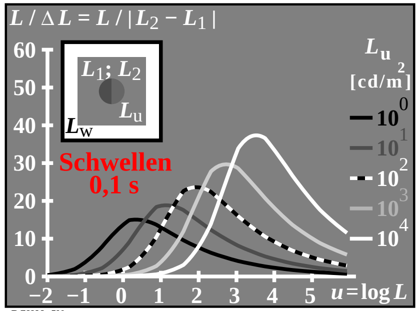
mit $u = \log L$ (L = Leuchtdichte)
$u_0 = \log L_u$ (L_u = Umfeld-Leuchtdichte)

$$Q_{lm}[k(u-u_0)] = \frac{l}{\ln\sqrt{2}} \ln q[k(u-u_0)] - m$$

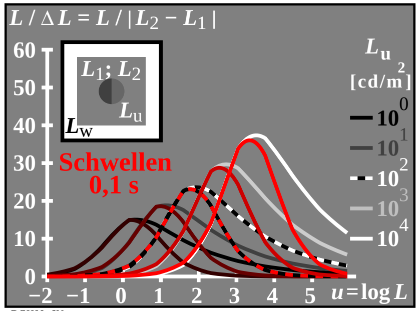
Funktionswerte mit $l = m = 1$:

$Q[k(u-u_0) \to +\infty] = -1$
$Q[k(u-u_0) = 0] = 0$
$Q[k(u-u_0) \to -\infty] = 1$

DGH01−4N



DGH00−5N



DGH00−6N

„Unbuntsignal"-Unterscheidung als Funktion der relativen Helldichte $h = \ln H = k(u-u_0)$, ln = natürl. Log.

$$Q' = \frac{d}{dH}[\ln\{1+1/(1+\sqrt{2}H)\}]/\ln\sqrt{2}$$
$$= -\sqrt{2}/[\ln\sqrt{2}\,(1+\sqrt{2}H)(2+\sqrt{2}H)]$$

Funktionswerte:

$Q'[k(u-u_0) \to +\infty] = 0$
$Q'[k(u-u_0) = 0] = -0{,}5$
$Q'[k(u-u_0) \to -\infty] = 0$

DGH01−5N

Leuchtdichte-Unterscheidungsvermögen $L/\Delta L$ als Funktion von H

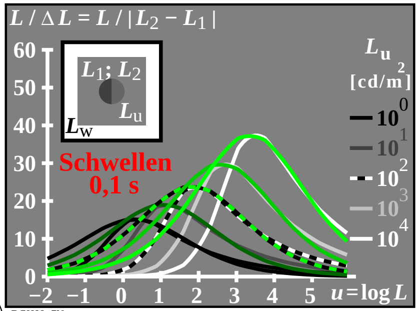
mit: $L = 10^u$ $H = e^h = 10^{\log e\, k(u-u_0)}$
$dL/du = \ln 10\, L$ $dH/du = k\,H$

Es folgt: $L/\Delta L = [k\,H/(dH \ln 10)]$

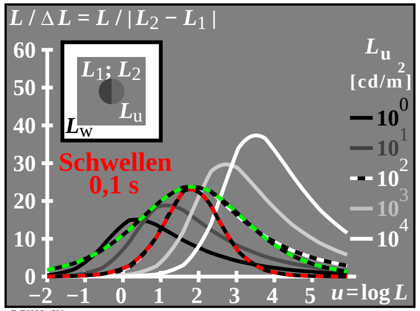
$$\frac{L}{dL} = \text{const}\; H/[(1+\sqrt{2}H)(2+\sqrt{2}H)]$$

$Q'[k(u-u_0) \to +\infty] = 0$
$Q'[k(u-u_0) = 0] =$ Maximum
$Q'[k(u-u_0) \to -\infty] = 0$

DGH01−6N



DGH00−7N



DGH00−8N

Doppel-Linienelement von *Richter* (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte $L = f(L_P, M_D, S_T)$

$$F(L) = \int_{-\infty}^{L} (L/\Delta L)\, dL \quad \text{(relative } L, M, S\text{?)}$$
$$F(L) = i\,Q(H) = \begin{cases} \underline{i}\, Q(\underline{H}) & (u<u_0) \\ \bar{i}\, Q(\bar{H}) & (u \geq u_0) \end{cases}$$

mit: $\underline{k}=1{,}4$ $\bar{k}=1$ $\underline{i}=1$ $\bar{i}=-2$
$u = \log L$ $u_0 = \log L_u$
$H = e^{k(u-u_0)}$, $\underline{H} = e^{\underline{k}(u-u_0)}$, $\bar{H} = e^{\bar{k}(u-u_0)}$

DGH01−7N

Doppel-Linienelement von *Richter* (1987) für die Lichttechnik mit der Leuchtdichte $L = F(L_P, M_D, S_T)$

$$F(L) = \int_{-\infty}^{L} (L/\Delta L)\, dL \quad \text{(relative } L, M, S\text{?)}$$
$F(L) = i\,Q(H)$ $H = e^{k(u-u_0)}$
$$Q(H) = [\ln\{1+1/(1+\sqrt{2}H)\}]/\ln\sqrt{2} - 1$$

Taylor-Ableitungen:

$$\Delta F(L) = \frac{dF}{dL}\Delta L = i\,\frac{dQ}{dH}\Delta H$$
$$= -i\sqrt{2}\,\Delta H/[\ln\sqrt{2}\,(1+\sqrt{2}H)(2+\sqrt{2}H)]$$

DGH01−8N

TUB-Registrierung: 20210901-DGH0/DGH0L0NP.PDF /.PS
Anwendung für Beurteilung und Messung von Display- oder Druck-Ausgabe
TUB-Material: Code=rha4ta