Line-element equations for thresholds and scaling

Colour-discrimination function $\boldsymbol{f(Y_r)=\Delta Y_r}$, $u_r=\ln Y_r$ [0]

$\boldsymbol{\Delta Y_r=1/[(1+Y_r)(2+Y_r)]=1/[1+Y_r]-1/[2+Y_r]}$ $Y_r=\sqrt{2}\,e^{ku_r}$

$$\boldsymbol{f_u(Y_r)=\frac{\Delta Y_u}{\Delta Y_{ru}}=\frac{1+b\,Y_r}{1+b}-\frac{1+0{,}5b\,Y_r}{1+0{,}5b}}\quad b=1,\ Y_r=Y/Y_u \qquad [1]$$

$$\boldsymbol{F_u(Y_r)=\int\frac{f'_u(Y_r)}{f_u(Y_r)}dY_r=\int\frac{b\,dY_r}{1+b\,Y_r}-\int\frac{0{,}5b\,dY_r}{1+0{,}5b\,Y_r}} \qquad [2]$$

Example for $L^*(Y_r)$ & ΔY with $Y_r=Y/Y_u$, $Y_{ru}=1$, b=1:

$$\boldsymbol{L^*_u(Y_r)=\frac{L^*(Y_u)}{L^*(Y_{ru})}=\frac{\ln(1+b\,Y_r)}{\ln(1+b)}-\frac{\ln(1+0{,}5b\,Y_r)}{\ln(1+0{,}5b)}} \qquad [3]$$

$$\boldsymbol{f_u(Y_r)=\frac{\Delta Y_r}{\Delta Y_{ru}}=\frac{1+b\,Y_r}{1+b}-\frac{1+0{,}5b\,Y_r}{1+0{,}5b}} \qquad [4]$$

see K. Richter (1985), Computer Graphic and Colorimetry, p. 113−127
http://color.li.tu-berlin.de/BUA4BF.PDF