Vorgetragen: Workshop FARBINFO '06, TU Dresden, 30. September 2006

Prof. Dr. Klaus Richter, BAM und TU Berlin Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM), VIII.1 Unter den Eichen 87, D-12200 Berlin Tel. +49 30 8104 1834; Fax +49 30 8104 1807 klaus.richter@bam.de

Version 1.2: 2007-08-15

Siehe die Webseite der Projektgruppe VIII.34, Visuelle Methoden und Farbwiedergabe http://www.ps.bam.de

Für die letzte deutsche und englische Version dieser Veröffentlichung, siehe (1,5 MByte, 30 Seiten) http://www.ps.bam.de/VISG06.PDF http://www.ps.bam.de/VISE06.PDF

Zusammenfassung

Ein symmetrisches Modell des statischen Farbensehens mit logarithmischen Signalen der drei Zapfen *P*, *D* und *T* (oder *L*, *M*, und *S*) wird beschrieben. Das Zapfen Verteilungsverhältnis, das ungefähr *P:D:T* = 16:8:1 beträgt, führt zu einer spektralen Empfindlichkeit des "bauen" Zapfens *T*, die 16fach größer ist, verglichen mit der Zapfen-Empfindlichkeit des "roten" Zapfens *P*. Diese Eigenschaft führt zu drei logarithmischen Empfindlichkeiten *U*, *N* und *W*. Die drei Empfindlichkeiten *P*, *D*, *T* haben ihre Maxima bei 435, 540 und 570 nm und die drei weiteren Empfindlichkeiten *U*, *N*, *W* haben ihre Maxima bei 555, 495 und 525nm. Alle sechs sind eine Parabel von gleicher Form. Die Maxima und die Form von *U* und *N* sind ähnlich zu den Maxima und der Form des photopischen Sehens *V*(λ) und des skotopischen Sehens *V*'(λ). Das logarithmische Signalverhältnis von zwei beliebigen Empfindlichkeiten, zum Beispiel log (*P/U*), log (*P/N*) wird "Sättigung" genannt.

In der Anwendung haben die "Zapfensättigungsdiagramme" einen Spektralfarbenzug und sind verschiedene logarithmische Transformationen der CIE (*x*, *y*)-Normfarbtafel. Die Axen der "Sättigungsdiagramme" spiegeln die spektrale Lage der vier Elementarfarben Gelb (J), Grün (G), Blau (B), und Rot (R) mit spektraler Lage nahe 575, 525, 475 und 494c nm (auf der Purpur-Geraden). Alle Sättigungsdiagramme, zum Beispiel mit der Achse $a' = \log (P/W)$ und $b' = \log (U/W)$ in rot–grün und gelb–blau Richtung, sind ähnlich dem nichtlinearen Farbartdiagram (a', b'), das von Richter (1980) für CIELAB definiert wurde. Falls die Farbumstimmung als lineare Transformation zwischen dem Fartbart von Muster und Umfeld angenommen wird, können eine große Anzahl von Farbumstimmungs-Ergebnissen beschrieben werden, zum Beispiel die *Evans* (1974) G0–Farben für drei spektrale Umfelder (475, 528 und 608 nm) von gleicher Leuchtdichte. Die *von Kries* -Theorie der Farbumstimmung kann diese Farbumstimmungs-daten nicht so gut beschreiben wie das neue Farbumstimmungsmodell.

1. Einführung



1.1 Rezeptor-Empfindlichkeiten in einer linearen und logarithmischen Darstellung

Bild 1: Zapfen-Empfindlichkeiten $P(\lambda)$, $D(\lambda)$, $T(\lambda)$, photopische und skotopische Empfindlichkeit $V(\lambda)$, $V'(\lambda)$ Bild 1 zeigt drei Zapfen-Empfindlichkeiten $P(\lambda)$, $D(\lambda)$, $T(\lambda)$ und die photopischen und skotopischen Empfindlichkeiten $V(\lambda)$ und $V'(\lambda)$ in einer linearen (*links*) und logarithmischen (*rechts*) Darstellung als Funktion der Wellenlänge. Die *Gaußsche* -Form in der linearen Darstellung wird transformiert in eine Parabel-Form in der logarithmischen Darstellung. Alle Empfindlichkeiten sind in der linearen Darstellung (*links*) auf 1 normiert und in der logarithmischen Darstellung (*rechts*) auf Null. Im folgenden wird ein Index o, zum Beispiel in $P_o(\lambda)$, für diese Normierung benutzt und ein Index a, zum Beispiel in $P_a(\lambda)$, für eine Adaptation (a) benutzt, welche die Null-Normierung zu anderen Werten transformiert.

1.2 Widersprüchliche Terminologie und Benutzung von PDT anstelle von LMS

Die Publikation CIE170-1:2006 enthält zum ersten Mal die drei Zapfen-Empfindlichkeiten *L*, *M*, und *S*. Unglücklicherweise haben die zwei Gruppen der CIE-Division I "Colour and Vision" die gleichen Buchstaben *L*, *M*, *S* für verschiedene Größen definiert. Seit langer Zeit ist "colour" Gruppe vertraut mit der Leuchtdichte *L*, der relativen Leuchtdichte $L_r = L/L_b$ (b = Umfeld), der Helligkeit *L**, und der relativen Helligkeit *I**, siehe zum Beispiel ISO/IEC 15775. Zusätzlich sind die Buntheitsfülle *M* und die Sättigung *S* vertraute Größen.

Die vielen didaktischen Probleme im kürzlichen Buch "Light, Vision, Colour" von *Valberg* (2005), das zum Beispiel die Zapfen-Signale *L* in photopischen Leuchtdichteeinheiten *L* zeigt, müssen vermeiden werden. Deshalb werden in dieser Veröffentlichung die oft genutzten Größen *P*, *D*, und *T* (für die Farbfehlsichtigkeiten *Protanop*, *Deuteranop*, und *Tritanop*) benutzt anstelle von *L*, *M*, und *S* (für die Zapfen in den Wellenlängenbereichen Long, Medium und Short).

Die neuen *LMS* -Zapfendaten (CIE 170-1:2006) haben Maxima in der Nähe von 570, 540 und 445nm und sind in der linearen Darstellung nicht auf 1 normiert. Das Farbsehmodell dieser Arbeit benutzt die Wellenlänge 435nm anstelle von 445 nm für das Maximum des "blauen" Zapfens *T.* Dies gibt eine bessere Approximation für die Wellenlängen größer 450nm. Die kurzwellige Anpassung (<450nm) ist von gerringerer Bedeutung wegen der geringen Transmission (<1%) der optischen Augenmedien für alle Wellenlängen kleiner 380nm

1.3 Basis-Empfindlichkeiten PDT und berechnete Empfindlichkeiten UNW und Sättigung

Die drei Basis-Empfindlichkeiten *P*, *D*, *T* mit Maxima bei 435, 540 und 570 nm und die drei Modell-Empfindlichkeiten *U*, *N* und *W* mit Maxima bei 555, 495 und 525nm haben eine Parabelform in der logarithmischen Darstellung. Die Maxima und die Form von *U*, *N*, *W* sind ähnlich zu den Maxima und der Form des photopischem Sehens $V(\lambda)$, des skotopischen Sehens $V'(\lambda)$ und dem logarithmischen Mittel der beiden, die in dieser Veröffentlichung das "mesopische" Sehen genannt wird. Dann ist das logarithmische Signal-Verhältnis (oder die logarithmische Differenz) von jeweils zwei der sechs Empfindlichkeiten immer eine gerade Linie als Funktion der Wellenlänge. Die logarithmischen Verhältnisse von zwei Empfindlichkeiten, zum Beispiel *log (P/U), log (P/N)* oder *log (P/W)* werden "Sättigung" genannt. Wenn diese Verhältnisse in zwei geeigneten Dimensionen definiert werden, zum Beispiel in Rot–Grün- und Gelb–Blau-Richtung, dann sind die "Sättigungsdiagramme" in photopischen, skotopischen oder mesopischen Einheiten definiert.

1.4 Rezeptor-Empfindlichkeiten und Sättigungen



Bild 2: Zapfen-Empfindlichkeiten log $P_a(\lambda)$, log $D_a(\lambda)$ und Sättigungen log $[P_a(\lambda) / U_o(\lambda)]$ und log $[D_a(\lambda) U_o(\lambda)]$

Bild 2 zeigt die Zapfen-Empfindlichkeiten log $P_a(\lambda)$, log $D_a(\lambda)$ und Sättigungen log $[P_a(\lambda) / U_o(\lambda)]$ und log $[D_a(\lambda) / U_o(\lambda)]$ als Funktion der Wellenlänge λ . Wegen der gleichen Parabelform der zwei Zapfen sind beide Sättigungen gerade Linien. Anstelle der Wellenlänge λ kann ein mehr gewöhnlicher Parameter u in dem Bereich -3 bis +3 benutzt werden, der in Bild 4 definiert ist. Dieser kann die beiden Parabeln und die beiden Geraden beschreiben.

Die halbe logarithmische Summe der beiden Zapfen-Empfindlichkeiten $P_a(\lambda)$ und $D_a(\lambda)$ wird $U_o(\lambda)$ genannt. Diese Kurve ist in der Form, im Maximum und im Wert der photopischen Empfindlichkeit $V(\lambda)$ sehr ähnlich, vergleiche Bild 1. Die Abweichung von $U_o(\lambda)$ ist weniger als 1% verglichen mit $V(\lambda)$ bei 400 und 700 nm, vergleiche Richter (1996).

Für die Leuchtdichte-Adaptation an das gewöhnlich weiße oder graue Umfeld gibt es einen begrenzten dynamischen Bereich für jedes Rezeptor-Signal, das nahe bei 1% des Maximums liegt. Der genaue Wert kann mit Schwellen-Experimenten gemessen werden und nimmt bis auf 0,5% ab bei zunehmender Leuchtdichte *L* im photopischen Bereich zwischen 100 und 20.000 cd/m². Im nächsten Bild 3 sind Beispiele für den Schwellenwert $t_s = 0.007 (0,7\%)$ dargestellt. Dann nehmen die Sättigungen bei beiden Enden des spektralen Bereichs ab.



Bild 3: Zapfen-Empfindlichkeiten log $P_a(\lambda)$, log $D_a(\lambda)$ und Sättigungen log $[P_a(\lambda) / U_o(\lambda)]$ und log $[D_a(\lambda) / U_o(\lambda)]$ Bild 3 zeigt die Zapfen-Empfindlichkeiten log $P_a(\lambda)$, log $D_a(\lambda)$ und Sättigungen log $[P_a(\lambda) / U_o(\lambda)]$ und log $[D_a(\lambda) / U_o(\lambda)]$ als Funktion der Wellenlänge λ für einen dynamischen Zapfen-Empfindlichkeits-Bereich mit einem Schwellenwert $t_s = 0.007$. Ähnliche Eigenschaften werden für andere Zapfen-Kombinationen erwartet.



Bild 4: Empfindlichkeiten log $T_o(\lambda)$, log $U_o(\lambda)$ und log $N_a(\lambda)$ und Sättigungen log $[T_a(\lambda) / N_a(\lambda)]$, log $[U_o(\lambda) / N_a(\lambda)]$

Bild 4 zeigt die Empfindlichkeiten log $T_o(\lambda)$, log $U_o(\lambda)$, und log $N_a(\lambda)$ und Sättigungen log $[T_o(\lambda) / N_a(\lambda)]$ und log $[U_o(\lambda) / N_a(\lambda)]$ als Funktion der Wellenlänge λ . Wegen der gleichen Parabelform der zwei "Zapfen" sind beide Sättigungen gerade Linien. Anstelle der Wellenlänge λ kann ein mehr gewöhnlicher Parameter u im Bereich –3 bis +3 benutzt

werden, der im Bild definiert ist. Dieser kann beide Parabeln und beide Geraden beschreiben.

Die halbe logarithmische Summe der beiden Empfindlichkeiten $T_o(\lambda)$ und $U_o(\lambda)$ wird $N_a(\lambda)$ genannt. Diese Kurve ist in der Form, im Maximum und im Wert der skotopischen Empfindlichkeit $V'(\lambda)$ sehr ähnlich, vergleiche Bild 1. Im nächsten Bild 5 wird anstelle des Schwellenwertes $t_s = 0$ der Wert $t_s = 0.007$ (0,7%) benutzt. Dann nimmt die Sättigung bei beiden Enden des spektralen Bereichs ab.

Der dynamische Bereich für die achromatische Schwelle liegt nahe bei 1%. Aber für die chromatische Schwelle liegt besonders bei blauen Farben der dynamische Bereich zwei logaritmische Einheiten unter dem Wert für die achromatische Farben. Wir müssen dies erneut später diskutieren. Im nächsten Bild wird als erste Annäherung noch der Schwellenwert $t_s = 0.007 (0,7\%)$ benutzt, der die Form der Summe und die Sättigung im Vergleich zu Bild 4 sehr verändert.

Die große Steigung der beiden Sättigungen zeigt einen praktischen Wert für das visuelle System nur in einem begrenzten Spektralbereich an. Es scheint eine visuelle Methode zu geben, um diese Steigung für jedes Muster in einem Umfeld um einen Faktor zwei zu reduzieren. Dies erhöht dann den Spektralbereich um einem Faktor zwei.



Bild 5: Empfindlichkeiten log $T_0(\lambda)$, log $U_0(\lambda)$ und log $N_a(\lambda)$; Sättigungen log $[T_0(\lambda) / N_a(\lambda)]$, log $[U_0(\lambda) / N_a(\lambda)]$ Fig 5 zeigt die Empfindlichkeiten log $T_0(\lambda)$, log $U_0(\lambda)$ und log $N_a(\lambda)$ und Sättigungen log $[T_0(\lambda) / N_a(\lambda)]$ und log $[U_0(\lambda) / N_a(\lambda)]$ als Funktion der Wellenlänge λ für einen dynamischen Zapfen-Empfindlichkeitsbereich mit einem Schwellenwert $t_s = 0.007$. Entsprechende Eigenschaften werden für andere Empfindlichkeits-Kombinationen erwartet.

2. Gründe für ein symmetrisches Model des Farbensehens

2.1 Symmetrische Sättigungen als Funktion der Wellenlänge

Die Sättigungen in Bild 2 bis Bild 5 *(rechte Seite)* sind verglichen mit der Null-Linie symmetrisch für alle Wellenlängen. Zusätzlich gibt es eine Symmetrie auf der Wellenlängen-Skala für den *RG*-Prozeß bei 555nm und für den *BJ*-Prozeß bei 495nm. Deshalb gibt es symmetrische Eigenschaften im Farbensehen und die Rolle dieser Symmetrie beim Sehen muß noch diskutiert werden.

2.2 Komplementäre Optimalfarben und die Holtsmark-Valberg-Schwellenergebnisse

In 1969 haben *Holtsmark* und *Valberg* Ergebnisse von Farbschwellen für komplementäre Optimalfarben veröffentlicht. Solche komplementären Optimalfarben sind bekannt von der Betrachtung weißer und schwarzer Kanten, die durch ein Prisma beobachtet werden. Der deutsche Dichter *Goethe* hat zuerst die komplementären Optimalfaben und ihre Unterscheidung um 1800 beschrieben.



Bild 6: Spektrum, komplementäre Optimalfarben und die Valberg-Holtsmark-Schwellen

Bild 6 zeigt die spektralen Farben gleicher Strahlung. Die Mischung von allen Spektralfarben führt zur Farbe "Weiß" und die Mischung der verschiedenen kontinuierlichen Teile führt zu den sogenannten Optimalfarben. Auf der linken Seite führt ein schmales Band zu einer dunklen Optimalfarbe (Teil I) und ein großes Band führt zu hellen Optimalfarbe (Teil II). Beide sind komplementär und beide mischen sich zu Weiß. Auf der rechten Seite haben die komplementären Optimalfarben ungefähr gleich Bandbreite auf der Wellenlängen-Skala.

Holtsmark und Valberg (1969) erzeugten zuerst zwei benachbarte und gleiche Optimalfarben in einem weißen Umfeld mit zwei gleichen schwarzen Masken, die in Bild 6 gezeigt werden. Durch Verschiebung einer der schwarzen Masken auf der Wellenlängenskala änderte sich eine der Optimalfarben (vorwiegend im Buntton) und die Schwelle wurde bestimmt. Für diese Schwelle war die erforderliche Masken-Verschiebung für komplementäre Optimalfarben und sechs Beobachter gleich.

Holtsmark und *Valberg* berechneten aus den Ergebnissen die Wellenlängen-Unterscheidung der komplementären Optimalfarben. Die Wellenlängen-Unterscheidung für die Schwelle war angenähert gleich. Wir müssen dieses Ergebnis durch farbmetrische Berechnungen und physiologische Modelle erklären, für ein experimentelles Ergebnis siehe (5 MByte)

http://www.ps.bam.de/CIE63/HV01.PDF

Die Ergebnisse von *Holtsmark* und *Valberg* definieren eine **symmetrische Struktur für eine Farbschwellen-Formel,** welche die gleiche Differenz berechnen muß, zumindest für die Buntton-Unterscheidung, die in diesem Experiment die größte Änderung liefert.



Bild 7: Komplementäre Optimalfarben Violettblau V und Gelb Y

Bild 7 zeigt zwei komplementäre Optimalfarben Violettblau *V* und Gelb Y. Die Namen sind in ISO/IEC 15775 definiert. Die Reflexionsänderung für eine gute Dreifarbenreproduktion liegt nahe bei 490 nm und 590 nm.

Unter den Optimalfarben sind diese die buntesten und hellsten Farben. Im folgenden sind die CIE-Normfarbwerte für die drei Basis-Optimalfarben *OLV* und die drei gemischten Optimalfarben *CMY* angegeben.

Grund- und Mischfarben additiver Optimalfarben für Normlichtart D65										
Grundfarbe oder Mischfarbe und	Normfa anteile	rbwert-	Normfa	Normfarbwerte						
Bezeichnung	x	у	X	Y	Ζ					
drei additive Optimal	–Grundfar	ben:								
O Orangerot	0,6695	0,3302	42,65	21,04	0,02					
L Laubgrün	0,2991	0,6351	34,87	74,04	7,67					
V Violettblau	0,1445	0,0393	18,06	4,90	102,02					
drei additive Optimal	-Mischfari	ben:								
C Cyanblau	0,2191	0,3268	52,94	78,96	109,70					
M Magentarot	0,3218	0,1375	60,73	25,95	102,04					
Y Gelb	0,4300	0,5274	77,53	95,09	7,69					
D65 (Weiß)	0,3131	0,3275	95,60	100,00	109,71					

Bild 8: Komplementäre Optimalfarbendaten CIE (x, y) und XYZ

Bild 8 zeigt die Daten CIE (x, y) und XYZ für die Optimalfarben OLV und die komplementären Optimalfarben CMY.

Grund- und Mischfarben additiver Optimalfarben 01 normiert für D65										
Grundfarbe oder	Bereich	01 normierte	Normfarbwerte							
Mischfarbe und	Normfar	bwertanteile								
Bezeichnung	x_{01}	y 01	$X_{01}=X/X_{n}$	$Y_{01}=Y/Y_n$	$Z_{01}=Z/Z_n$					
drei additive Optimal	l–Grundfa	rben:								
O Orangerot	0,6792	0,3304	0,4461	0,2105	0,0002					
L Laubgrün	0,3102	0,6295	0,3649	0,7405	0,0709					
V Violettblau	0,1620	0,0420	0,1890	0,0490	0,9289					
drei additive Optimal	drei additive Optimal–Mischfarben:									
C Cyanblau	0,2364	0,3369	0,5539	0,7895	0,9998					
M Magentarot	0,3479	0,1423	0,6351	0,2595	0,9291					
Y Gelb	0,4424	0,5188	0,8110	0,9510	0,0711					
D65 (Weiß)	0,3333	0,3333	1,0000	1,0000	1,0000					

Bild 9: Daten CIE (*x*, *y*) und *X*, *Y* und *Z* von komplementären Optimalfarben mit Bildtechnologie-Normierung Bild 9 zeigt die CIE-Daten (*x*, *y*) und *X*, *Y*, und *Z* jetzt normiert zwischen 0 und 1. Diese Art der Normierung wird oft in der Bildtechnologie benutzt.

Anmerkung: Für die Transformation von *X*, *Y*, und *Z* nach $L^*a^*b^*$ von CIELAB wird die gleiche Normierung benutzt. *X*, *Y*, und *Z* wird dividiert durch X_n , Y_n , und Z_n (vergleiche Gleichungen in Bild 9 und Bild 12).

Als Ergebnis gibt es eine Normierung der CIE-Daten *X*, *Y*, *Z*, welche die Normfarbwerte X_{01} , Y_{01} , Z_{01} und $1-X_{01}$, $1-Y_{01}$, $1-Z_{01}$ für komplementäre Optimalfarben liefern. Eine Farbschwellenformel sollte die gleiche Schwelle für beide Datensätze berechnen.

Entsprechend Bild 9 ist die Farbe Violetblau *V* die dunkelste Farbe (Y_{01} =0,0490) verglichen mit Weiß (Y_{01} =1,0000). Für die Optimalfarbe Violetblau *V* gilt das Leuchtdichte-Verhältnis 1 : 20 = 0,049 : 1,000. Unter den sechs chromatischen Farben ist Gelb Y die hellste (Y_{01} =0,9509). Für blaue Oberflächenfarben ist der Hellbezugswert Y_{01} gewöhnlich kleiner als der halbe Wert von Y_{01} =0,0490. Dies führt zu einem Konflikt mit den CIELAB-Daten des Sehens. Der Leuchtdichtewert von Blau kann kleiner werden als der Leuchtdichtewert von Schwarz, der ungefähr bei Y_{01} =0,0400 für matte und bei Y_{01} =0,0250 für glänzende Proben liegt. Einige blaue Oberflächenfarben haben Y_{01} -Werte in diesem Bereich, erscheinen nicht Schwarz und können sogar sehr bunt sein.

Eine Lösung des Problems ist die "Farbstärke oder Buntkraft" der blauen Farbe, die für monochromatisches Blau 100 mal größer als für monochromatisches Gelb sein kann. Die Buntheit C^*_{ab} kann als Produkt von *log* Leuchtdichte und Buntkraft definiert werden. Deshalb gilt

 C^*_{ab} = Buntheit = *log* Leuchtdichte x Buntkraft

Deshalb kann die Buntheit C^*_{ab} auch bei kleinen Leuchtdichten von Blau wegen der großen Buntkraft groß sein.

3. CIELAB als Basis für eine neues symmetrisches Modell des Farbensehens

Ein erster Test von jedem neuen Modells des Farbensehens ist gewöhnlich eine Studie über die Stufung verglichen mit der Stufung im *Munsell-* und/oder *OSA-*Farbordnungssystem. CIELAB basiert auf dem *Munsell-*Farbsystem und es gibt eine Veröffentlichung von Richter (1980) mit Farbmustern der Farben des *Munsell-* und *OSA-*Farbsystems in verschiedenen Farbart-Diagrammen. Diese Arbeit hat den Titel "Cube root colour spaces and chromatic Adaptation" Einige der folgenden Bilder sind aus dieser Arbeit.



Bild 10: Reale und extrapolierte Muster des *Munsell***-Farbordnungssystems (Value 5) in** (*x*, *y*) **und** (*a*, *b*) Bild 10 zeigt reale (o) und extrapolierte Muster (•) des *Munsell*-Farbsystems für Value 5 in der CIE Normfarbtafel (*x*, *y*) und der Farbtafel (*a*, *b*). Der Zusammenhang zwischen der Farbtafel-Koordinaten (*a*, *b*) und (*x*, *y*) wird in Bild 10 (*rechts*) und Bild 11 gezeigt.

Farbvalenzmetri	ik (Farbdaten: lineare Beziehung zu Da	aten CIE 1931)		
lineare Farbgrößen	Bezeichnung und Zusammenhang mit Normfarbwerten / -anteilen	Bemerkungen:		
Hellbezugswert	$Y = y \left(X + Y + Z \right)$			
Buntwert	für lineares Buntwertdiagramm (A, B)			
Rot–Grün	$A = [X / Y - X_n / Y_n] Y = [a - a_n] Y$	n=D65 (backgr.)		
	$= [x / y - x_n / y_n] Y$			
Gelb–Blau	$B=-0,4$ [$Z/Y\!-\!Z_{\rm n}/Y_{\rm n}$] $Y\!=$ [$b-b_{\rm n}$]	Y		
	$= -0.4 [z/y - z_n/y_n] Y$			
radial	$C_{\rm ab} = [A^2 + B^2]^{1/2}$			
Farbartwert	für lineare Farbtafel (a, b)	vergleiche lineare		
Rot–Grün	a = X / Y = x / y	Zapfensättigung		
Gelb–Blau	b = -0.4 [Z/Y] = -0.4 [z/y]	P / (P + D)		
radial	$c_{ab} = [(a - a_n)^2 + (b - b_n)^2]^{1/2}$	T / (P + D)		
		VG780-7		

Bild 11: Koordinaten der Farbvalenzmetrik und Farbtafel-Koordinaten (a, b)

Bild 11 zeigt die Koordinaten der Farbvalenzmetrik und die Farbtafel-Koordinaten (*a*, *b*). Die Buntwerte A und B können zum Beispiel berechnet werden, wenn die Differenz der Farbart *a* des Musters und der Farbart a_n in der Umgebung (n) mit dem Leuchtdichtefaktor Y multipliziert wird.

Zusätzlich kann die Farbart *a* und *b* mit den Sättigungen P/(P+D) und T/(P+D) verglichen werden. Zum Beispiel sieht das Verhältnis Z/Y = z/y = [(1-x-y)/y] angenähert aus wie T/(P+D). Später in dieser Veröffentlichung wird diese Beziehung weiter diskutiert werden.

Höhere Farbmetrik (Farbdaten: nichtlineare Beziehung zu CIE 1931)									
nichtlineare	Name und Zusammenhang mit	Bemerkungen:							
Farbgrößen	Normfarbwerten und -anteilen								
Helligkeit	$L^* = 116 (Y / 100)^{1/3} - 16 (Y > 0.8)$	CIELAB 1976							
	Näherung: $L^* = 100 (Y / 100)^{1/2,4}$	1							
Buntheit	nichtlineare Transformation der Buntwe	erte A und B							
Rot–Grün	$a^* = 500 [(X/X_n)^{1/3} - (Y/Y_n)^{1/3}]$	CIELAB 1976							
	$= 500 (a' - a'_n) Y^{1/3}$	n=D65 (backgr.)							
Gelb–Blau	$b^* = 200 [(Y/Y_n)^{1/3} - (Z/Z_n)^{1/3}]$	CIELAB 1976							
	$= 500 (b' - b'_n) Y^{1/3}$								
radial	$C_{ab}^* = [a^{*2} + b^{*2}]^{1/2}$								
Farbartwert ?	nichtlineare Transformation von Farba	rten $a = x/y$ und $b = z/y$							
Rot–Grün	$a' = (1/X_n)^{1/3} (x/y)^{1/3}$	vergleiche mit log							
	$= 0,2191 (x/y)^{1/3}$ für <i>D65</i>	Zapfensättigung							
Gelb–Blau	$b' = -0.4 (1/Z_n)^{1/3} (z/y)^{1/3}$	log[P /(P + D)]							
	$= -0,08376 (z/y)^{1/3}$ für <i>D65</i>	log[T /(P +D)]							
radial	$c'_{ab} = [(a' - a'_{n})^{2} + (b' - b'_{n})^{2}]^{1/2}$								

Bild 12: Koordinaten der Höheren Farbmetrik mit nicht-linearen Farbtafel-Koordinaten (a', b') Bild 12 zeigt die Koordinaten der Höheren Farbmetrik mit den nicht-linearen Farbtafel-Koordinaten (a', b'). Die CIELAB Buntheitsdaten a* und b* können berechnet werden, wenn zum Beispiel die Differenz der nicht-linearen Farbtafel-Koordinaten a' und a'_n des Musters und des Umfelds multipliziert werden mit der Helligkeit L*. Zusätzlich werden die nicht-linearen Farbtafel-Koordinaten a' und b' verglichen mit den Sättigungen log [P/(P+D)] und log [T/(P+D)]. Zuletzt sehen die Kubikwurzel-Koordinaten (Z/Y)^{1/3} = (z/y)^{1/3} = [(1-x-y)/y]^{1/3} sehr ähnlich aus wie log [T/(P+D)]. Später in dieser Arbeit werden diese Beziehungen weiter diskutiert.



Bild 13: Reale und extrapolierte Muster des Munsell-Farbsystems (Value 5) in (a', b')

Bild 13 zeigt reale (o) und extrapolierte Muster (•) des *Munsell*-Farbsystems für *Value* 5 in der nicht-linearen Farbarttafel (*a'*, *b'*) (*links*) und die Elementarbunttöne 5*R*, 5*Y*, 5*G* und 5*PB* des *Munsell*-Farbsystems für *Value* 2, 5, und 8 in der nicht-linearen Farbarttafel (*a'*, *b'*). Zusätzlich sind die vier CIE-Testfarben Nr. 9 bis 12 von CIE 13.3 dargestellt. Diese vier Farben dienen als Elementarfarben in dem Gebiet der Informationstechnik. Die spektralen Daten dieser Farben sind definiert und sie dienen zum Beispiel in ISO/IEC 15775 als Referenzfarben für Farbkopierer.

Die Elementarfarben Gelb J und Blau B liegen angenähert auf einer Geraden durch den Weißpunkt (Farbart von

D65). Die Elementarfarben Rot *R* und Grün *G* sind nicht auf einer Linie durch den Weißpunkt. Für D65 und die Elementarfarben *RJGB* betragen die Bunttonwinkel h_{ab} 27, 92, 158 und 273 Grad im CIELAB-System. Ein Farbsehmodell sollte die Elementarfarben beschreiben und angenähert auch die Lage diese Bunttonwinkel.



Bild 14: Muster des Munsell- und OSA-Farbsystems in einer modifizierten Farbarttafel (a', b')

Bild 14 zeigt Muster (*Value 5*) des *Munsell*-Farbsystems und die Muster ($L^*=0$) des OSA-Farbsystems in einer modifizierten Farbarttafel (a', b'). Die Relation von (a', b') und (x, y) ist im Bild dargestellt. Nach den Ergebnissen der Ausgabe-Skalierung ist es möglich in Rot–Grün-Richtung eine lineare Gleichung zu benutzen.

Ein Farbsehmodell sollte dies beschreiben und die linearen Eigenschaft in Rot-Grün-Richtung und die nichtlinearen Eigenschaft in Gelb-Blau-Richtung benutzen.



Bild 15: Achsen der Sättigung P/D und T/Y und Farbart (a, b) in der CIE-Normfarbtafel (x, y)

Bild 15 zeigt die Achsen der Sättigung P/D und T/Y und die Farbart (*a*, *b*) in der CIE-Normfarbtafel (*x*, *y*). Die *a*-Koordinate, die für die Transformation in CIELAB benutzt wird, ist verschieden verglichen mit der Achse a = [x - 0,175]/y und für die das Verhältnis P/D konstant ist. Die *b*-Achse ist identisch mit der Achse, die durch das konstante VerhältnisT/Y definiert ist.Die verbleibenden Achsen T/P und T/D sind nicht gezeichnet.

Im folgenden werden Basis-Eigenschaften der Niederen und Höheren Farbmetrik vorgestellt. Die Höhere Farbmetrik wird durch CIELAB beschrieben und sie wird benutzt, um ein symmetrisches Modell des Farbensehens für statische Reize aufzubauen. Man kann annehmen, daß entweder benachbarte oder separate Muster in einem grauen Umfeld mit einem weißen Rahmen betrachtet werden. Die Leuchtdichte des weißen Rahmens auf dem weißen Monitor im Büro soll angenähert 500 cd/m² für diese Modell betragen. Dann beträgt die Leuchtdichte für das Grau 100 cd/m², falls für das Monitorgrau der Leuchtdichtefaktor Y = 20 beträgt.

4. Mittlere Empfindlichkeit und Farbadaptation der drei Zapfen

Die drei Zapfen-Empfindlichkeiten $P_o(\lambda)$, $D_o(\lambda)$ und $T_o(\lambda)$ sind gewöhnlich im Maximum in einer linearen Darstellung auf eins normiert und dies entspricht der Normierung 0 in logarithmischer Darstellung. Diese Normierung wird durch einen Index o in dieser Arbeit angezeigt.



Bild 16: Normierte Empfindlichkeit der drei Zapfen und Retina-Empfindlichkeit für das Zapfen-Verhältnis *P:D:T* = 16:8:1

Bild 16 zeigt die normierte Empfindlichkeit der drei Zapfen und die Retina-Empfindlichkeit für das Zapfen-Verhältnis P:D:T = 16:8:1. Das Zapfen-Verhältnis variiert über die Retina und das benutzte Verhältnis ist eine gute Repräsentation für die Fovea.



Bild 17: Adaptierte Zapfen-Empfindlichkeiten für das Retina-Zapfen-Verhältnis P:D:T = 16:8:1 und die Empfindlichkeiten U_a und N_a

Bild 17 zeigt die adaptierten Zapfen-Empfindlichkeiten für das Retina-Zapfen-Verhältnis *P:D:T* = 16:8:1 und die berechneten "Empfindlichkeiten" U_a und N_a (*rechts*). Wenn alle Empfindlichkeiten in linearer Darstellung auf Eins normiert sind und in logarithmischer Darstellung auf Null, vergleiche Bild 1, dann sind das Maximum und die Form der Empfindlichkeiten $U_a(\lambda)$ und $N_a(\lambda)$ sehr ähnlich wie die photopische Empfindlichkeit $V(\lambda)$ und die skotopische Empfindlichkeit $V'(\lambda)$. Wir schließen daraus:

- 1. Die Empfindlichkeit $U_a(\lambda)$ hat das Maximum bei 555nm, welches die Mitte zwischen 540 und 570nm darstellt. Diese Empfindlichkeit ist ähnlich der photopischen CIE-Empfindlichkeit $V(\lambda)$.
- 2. Die Empfindlichkeit $N_{\rm a}(\lambda)$ hat das Maximum bei 495nm, welches die Mitte zwischen 435 und 555nm darstellt. Diese Empfindlichkeit ist ähnlich der skotopischen CIE-Empfindlichkeit $V'(\lambda)$.
- 3. Die absoluten Werte der Maxima von $U_a(\lambda)$ und $N_a(\lambda)$ sind ungefähr gleich in Bild 17 (rechts).

Anmerkung: Wenn anstelle des Maximum 435nm das Maximum 445nm für den blauen Zapfen T benutzt wird, welches in besserer Übereinstimmung mit CIE 170-1:2006 ist, dann hat die Empfindlichkeit $N_a(\lambda)$ das Maximum bei 500nm. Dies ist in besserer Übereinstimmung mit der skotopischen CIE-Empfindlichkeit V'(λ). Wie bereits früher angemerkt benutzen wir hier den Wert 435nm um eine bessere Übereinstimmung zwischen experimentellen Ergebnissen im Wellenlängenbereich größer 435 nm zu erreichen, vergleiche Bild 1. Falls die Empfindlichkeiten als Funktion der Frequenz und in Quanten-Einheiten definiert werden, verschwindet diese Schwierigkeit weitgehend, vergleiche Richter (1996). Zur Zeit basiert die Farbmetrik in CIE 15:2004 auf der Wellenlängen-Skala und der spektralen Strahlung. Deshalb erscheint es vorteilhaft, die Wellenlängen-Skala und die spektrale Strahlung anstelle der Frequenz und der Quanten-Einheit zu benutzen.



Bild 18: Empfindlichkeiten U_o und N_o und Empfindlichkeiten P_a , D_a , T_a (links) und Sättigung e_{xU} (rechts) Bild 18 zeigt die normierten Empfindlichkeiten U_o und N_o und die Empfindlichkeiten P_a , D_a , T_a (links) und die Sättigungen e_{xU} (rechts). Die Indizes xU definieren die Empfindlichkeits-Differenz von x = (P/D/T) und U.

Im Bild 18 ist der Wert der Maxima zugleich auf Eins (linear) und auf Null (logarithmisch) normiert. Diese Eigenschaft erzeugt eine Symmetrie verglichen mit der Wellenlänge 525nm. Die folgenden Gleichungen für die Empfindlichkeiten sind gültig

 $\log U_{\rm o}(\lambda) = 0.5 \ [\ \log P_{\rm a}(\lambda) + \log D_{\rm a}(\lambda) \]$

 $\log N_{\rm o}(\lambda) = 0.5 \ [\ \log T_{\rm a}(\lambda) + \log U_{\rm o}(\lambda) \]$

und die folgenden Gleichungen für die Sättigungen $e_{xU}(\lambda)$, (x = P, D) und $e_{xN}(\lambda)$, (x = T, U)

$$\begin{split} e_{PU}(\lambda) &= \log \left[P_{a}(\lambda) / U_{o}(\lambda) \right] = \log P_{a}(\lambda) - \log U_{o}(\lambda) \\ e_{DU}(\lambda) &= \log \left[D_{a}(\lambda) / U_{o}(\lambda) \right] = \log D_{a}(\lambda) - \log U_{o}(\lambda) \\ e_{TN}(\lambda) &= \log \left[T_{a}(\lambda) / N_{o}(\lambda) \right] = \log T_{a}(\lambda) - \log N_{o}(\lambda) \\ e_{UN}(\lambda) &= \log \left[U_{o}(\lambda) / N_{o}(\lambda) \right] = \log U_{o}(\lambda) - \log N_{o}(\lambda) \end{split}$$

Die Sättigungen in photopischen (U) Einheiten und skotopischen (N) Einheiten sind gerade Linien. Die Schnittpunkte sind bei 575nm für die Rot–Grün-Adaptation und bei 525nm für die Gelb–Blau-Adaptation. Wenn zum Beispiel die Rot–Grün-Adaptation geändert wird zu 525nm, dann schneidet die Sättigung log [$P_a(\lambda) / U_o(\lambda)$] die Null-Linie Gelb–Schwarz bei 525nm. Die Gleichung

 $\log U_{\rm o}(\lambda) = 0.5 \left[\log P_{\rm a}(\lambda) + \log D_{\rm a}(\lambda) \right]$

ist gültig für jede Rot-Grün-Adaptationsbedingung.



Bild 19: Empfindlichkeiten U_0 , N_0 , P_a , D_a , T_a (*links*) und Sättigungen e_{xU} (*rechts*) für RG-Adaptation an 525nm Bild 19 zeigt die Empfindlichkeiten U_0 , N_0 , P_a , D_a , T_a (*links*) und die Sättigungen e_{xU} (*rechts*) für Rot–Grün (RG-) Adaptation an 525nm. Die folgenden Gleichungen für die Sättigungen $e_{xU}(\lambda)$ sind gültig:

$$\begin{split} e_{PU}(\lambda) &= \log \left[P_{a}(\lambda) / U_{o}(\lambda) \right] \\ e_{DU}(\lambda) &= \log \left[D_{a}(\lambda) / U_{o}(\lambda) \right] \\ e_{TU}(\lambda) &= \log \left[T_{a}(\lambda) / U_{o}(\lambda) \right] \\ e_{NU}(\lambda) &= \log \left[N_{o}(\lambda) / U_{o}(\lambda) \right] \end{split}$$

Die Darstellung auf der rechten Seite zeigt sehr besondere Eigenschaften:

1. Alle vier Sättigungen schneiden bei 525nm

2. Die Steigung ist am größten für $e_{TU}(\lambda)$ und ungefähr 2 für 100nm.

3. Die Steigung von $e_{NU}(\lambda)$ ist 1/2 verglichen mit der Steigung von $e_{TU}(\lambda)$.

4. Die Steigung von $e_{PU}(\lambda)$ ist 1/8 verglichen mit der Steigung von $e_{TU}(\lambda)$

Die Faktoren 1/2 (=60/120) und 1/8 (=15/120) sind nur bestimmt durch die Wellenlängen-Differenz der Maxima der unterschiedlichen Empfindlichkeiten verglichen mit dem Maximum von $U_o(\lambda)$. Die Wellenlängen-Differenz ist

120nm (= |435nm – 555nm|) zwischen $T_{\rm o}(\lambda)$ und $U_{\rm o}(\lambda)$

60nm (= |495nm - 555nm|) zwischen $N_{\rm o}(\lambda)$ und $U_{\rm o}(\lambda)$

15nm (= |540nm - 555nm| = |570nm - 555nm|) zwischen $D_0(\lambda)$ und $U_0(\lambda)$ oder $P_0(\lambda)$ und $U_0(\lambda)$



Bild 20: Empfindlichkeiten U₀, N₀, W_a, P_a, D_a, T_a (links); Sättigungen e_{xW} (rechts) für RG-Adaptation an 525nm

Bild 20 zeigt die Empfindlichkeiten U_o , N_o , W_a , P_a , D_a , T_a (*links*) und Sättigungen e_{xW} (*rechts*) für Rot–Grün (RG-) Adaptation an 525nm. Die folgenden zusätzlichen Gleichungen definieren die "mesopische" Empfindlichkeit $W_a(\lambda)$ als Mittel der "photopischen" Empfindlichkeit $U_o(\lambda)$ und der "skotopischen" Empfindlichkeit $N_o(\lambda)$

 $\log W_{\rm a}(\lambda) = 0.5 \left[\log N_{\rm o}(\lambda) + \log U_{\rm o}(\lambda) \right]$

Die folgenden Gleichungen für die "mesopischen" Sättigungen $e_{xW}(\lambda)$

$$\begin{split} & e_{PW}(\lambda) = \log \left[\begin{array}{c} P_{a}(\lambda) / W_{a}(\lambda) \right] \\ & e_{DW}(\lambda) = \log \left[\begin{array}{c} D_{a}(\lambda) / W_{a}(\lambda) \right] \\ & e_{TW}(\lambda) = \log \left[\begin{array}{c} T_{a}(\lambda) / W_{a}(\lambda) \right] \\ & e_{UW}(\lambda) = \log \left[\begin{array}{c} U_{o}(\lambda) / W_{a}(\lambda) \right] \\ & e_{NW}(\lambda) = \log \left[\begin{array}{c} N_{o}(\lambda) / W_{a}(\lambda) \right] \\ \end{split} \end{split}$$

sind eine weitere Stufe zu mehr Symmetrie:

1. Die Steigung von log [$U_o(\lambda) / W_a(\lambda)$] ist gleich der negativen Steigung von log [$N_o(\lambda) / W_a(\lambda)$].

2. Die Steigung von log [$N_{\rm o}(\lambda) / W_{\rm a}(\lambda)$] ist 1/3 verglichen mit der Steigung von log [$T_{\rm a}(\lambda) / W_{\rm a}(\lambda)$]. Zusätzlich erkennen wir:

3. Die Steigung von log [$N_o(\lambda) / U_o(\lambda)$] ist 1/2 verglichen mit der Steigung von log [$T_a(\lambda) / U_o(\lambda)$].

4. Die Steigung von log [$W_a(\lambda) / U_a(\lambda)$] ist 1/2 verglichen mit der Steigung von log [$N_o(\lambda) / U_a(\lambda)$].



Bild 21: Empfindlichkeiten U_o , N_o , W_a , P_a , D_a , T_a (*links*); Sättigungen e_{xW} (*rechts*) für RG-Adaptation an 575nm Bild 21 zeigt die Empfindlichkeiten U_o , N_o , W_a , P_a , D_a , T_a (*links*) und Sättigungen e_{xW} (*rechts*) für Rot–Grün (RG-) Adaptation an 575nm. Es gibt eine RG-Adaptationsänderung von 525nm nach 575nm zwischen Bild 20 und 21. Die Elementarfarbe Gelb *J* hat im weißen Umfeld die bunttongleiche Wellenlänge $\lambda_d = 575nm$. Es gibt den Wunsch, diese Eigenschaft zu beschreiben und deshalb ist diese Änderung notwendig. Man muß berücksichtigen, daß eine Änderung von $U_o(\lambda)$ nicht notwendig ist für diese Änderung der RG-Adaptation. Nur die Gewichtung von $P_a(\lambda)$ und $D_a(\lambda)$ ändert sich entsprechend der Gleichung

 $\log U_{\rm o}(\lambda) = 0.5 \left[\log P_{\rm a}(\lambda) + \log D_{\rm a}(\lambda) \right]$

Nach Bild 20 gilt für die RG-Adaptation nach 525nm:

 $\log P_{\rm a}(\lambda) = \log P_{\rm o}(\lambda) + 0.16$

 $\log D_{\rm a}(\lambda) = \log D_{\rm o}(\lambda) - 0.09$

und nach Bild 21 gilt für die RG-Adaptation nach 575nm:

 $\log P_{\rm a}(\lambda) = \log P_{\rm o}(\lambda) - 0.05$

 $\log D_{\rm a}(\lambda) = \log D_{\rm o}(\lambda) + 0.12$

Abhängig von der *RG*-Adaptation der Wellenlänge ($\lambda_{RG} \ge 525$ nm) erlauben die folgenden Gleichungen die Konstanten zu bestimmen. Für jede *RG*-Adaptation sind die Sättigungen $e_{PU}(\lambda_{RG})$ und $e_{DU}(\lambda_{RG})$ gleich:

 $e_{PU}(\lambda_{RG}) = e_{DU}(\lambda_{RG})$

oder $\log [P_a(\lambda_{RG}) / U_o(\lambda_{RG})] = \log [D_a(\lambda_{RG}) / U_o(\lambda_{RG})]$ oder $\log P_a(\lambda_{RG}) = \log D_a(\lambda_{RG})$ oder $\log P_o(\lambda_{RG}) + a_P = \log D_o(\lambda_{RG}) + a_D$ Zusammen mit $\log U_o(\lambda_{RG}) = 0.5 [\log P_a(\lambda_{RG}) + \log D_a(\lambda_{RG})]$ ergibt sich $\log U_o(\lambda_{RG}) = 0.5 [\log P_o(\lambda_{RG}) + a_P + \log D_o(\lambda_{RG}) + a_D] = 0.5 [2 \{\log P_o(\lambda_{RG}) + a_P \}] = \log P_o(\lambda_{RG}) + a_P$ oder $a_P = - [\log P_o(\lambda_{RG}) - \log U_o(\lambda_{RG})]$ $= -\log [P_o(\lambda_{RG}) / U_o(\lambda_{RG})] = -e_{PU}(\lambda_{RG})$

 $a_{\rm D} = - \left[\log D_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) - \log U_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) \right]$

 $= -\log \left[D_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) / U_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) \right] = -e_{\rm DU}(\lambda_{\rm RG})$

Deshalb ist die chromatische *RG*-Adaptation an eine beliebige Wellenlänge λ_{RG} nur eine Verschiebung um eine Konstante, die durch die Sättigungen $e_{PU}(\lambda_{RG})$ oder $e_{DU}(\lambda_{RG})$ definiert ist.

5. Impulsrate in der Retina als Funktion der relativen Leuchtdichte

5.1 Impulsrate und Änderungen für achromatische Farben

Richter (1996) hat in einem Buch die unterschiedlichen Empfindlichkeiten und Sättigungen (*"saturations"*) gezeigt, die als Funktion der Wellenlänge aus den CIE-Normspektralwertfunktionen oder der CIE-Farbtafel [$x(\lambda)$, $y(\lambda)$] berechnet sind. Er hat auch die unterschiedlichen achromatischen und chromatischen Signale als Funktion der Leuchtdichte L oder der relativen Leuchtdichte $L_r = L / L_b$ (b = background) beschrieben.



Bild 22: Drei visuelle Prozesse als Funktion der Leuchtdichte: Increment (I), Decrement (D) und die Summe (D+I)

Bild 22 zeigt drei visuelle Prozesse als Funktion der Leuchtdichte: Increment (*I*), Decrement (*D*) und die Summe (*D*+*I*). Die Signale (Impulse/sec in der Retina) des *I*-Prozesses nehmen mit der Leuchtdichte zu, die Signale des *D*-Prozesses nehmen mit der Leuchtdichte ab und die Signale des *D*+*I*-Prozesses nehmen mit der Leuchtdichte zu. Richter (1996) hat den *D*-Prozeß *N*-Prozeß genannt, da größere Signale für die schwarzen Farben (*N* = *noir*) im Vergleich zum unbunten grauen Umfeld entstehen. Der *I*-Prozß wurde Weiß-Prozeß *W* genannt, da größere Signale für die weißen Farben verglichen mit dem grauen Umfeld entstehen. Anstelle von *N*, *W* und *N*+*W* benutzen wir im folgenden die Abkürzungen *D*, *I* und *D*+*I*. Dies ist die moderne Terminologie, die im Buch von Valberg (2005) benutzt wird.

In Bild 22 (rechts) sind die Impulsraten-Änderungen als Funktion der relativen Leuchtdichte dargestellt. Die größte

Änderung ergibt sich für den *I*-Prozeß bei der relativen Leuchtdichte $L_r = 1$, welche mit der grauen Umfeldleuchtdichte $L_b = 100 \text{ cd/m}^2$ übereinstimmt. Für sowohl den *D*-Prozeß als auch den *D*+*I*-Prozeß ist der absolute Wert dieser Änderung ungefähr halb so groß wie beim *I*-Prozeß.



5.2 Impulsrate in der Retina und Änderungen für chromatische Farben

Bild 23: Neun visuelle Prozesse als Funktion der Leuchtdichte für achromatische und chromatische Farben Bild 23 zeigt neun visuelle Prozesse als Funktion der Leuchtdichte für achromatische und chromatische Farben. Deshalb gibt es dreimal mehr Prozesse für chromatische Farben im Vergleich zu achromatischen Farben.

Richter (1996) hat eine Funktion Q definiert und hat gezeigt, daß die Parameter der Funktion Q abhängen von der relativen Leuchtdichte L_r und der spektralen Sättigung p. Die negativen logarithmischen Sättigungen p ($x_p = -\log p$) in Grün–Rot- und Blau–Gelb-Richtung scheinen eine erste Approximation der Sättigungen e_{PU} und e_{TU} zu bilden. Deshalb können wir schreiben:

$$x_{\rm r} = \log \left[L / L_{\rm b} \right] = \log L$$

 $x_{pGR} = e_{PU} = \log [P_a / U_o]$

$$x_{\text{pBJ}} = e_{\text{TU}} = \log \left[T_{\text{a}} / U_{\text{o}} \right]$$

In Bild 23 werden für die Sättigung in Grün-Rot-Richtung die drei Werte $x_{pGR} = e_{PU} = -1$, 0 und 1 benutzt *(links) und* für die Sättigung in Blau–Gelb-Richtung werden die drei Werte $x_{pBJ} = e_{TU} = -2$, 0 und 2 benutzt *(rechts)*. Diese Zahlen sind realistische Zahlen für die unterschiedlichen visuellen *GR*- und *BJ*-Prozesse. In der Retina gibt es neben den Prozessen *GR* und *BJ* noch die komplementären Prozesse *RG* und *JB*, die hier nicht gezeigt sind.

Unbunt- und **B**-Bunt-Signale Unbunt- und **B**-Bunt-Signale $2O[1,0c(x_{r}+x_{p})]$ $[1,0c(x_{r}+x_{p})]$ 1.0c (xr+xp)0[1.0c (xr+xp)]**og** *n* 02 2 2 D+ID+I1 Pro-Proſ ſ zesse zesse D D Ω ·1; 0 100 cd/m^{-1} 100 cd/m log Lr log VG191-52 VG191-5

5.3 Sehen und Sättigung und Löschung der helleren Gegenfarben-Prozesse

Bild 24: Sechs (*links*) und neun (*rechts*) visuelle Prozesse als Funktion der Leuchtdichte für achromatische und blaue Farben

Bild 24 zeigt sechs (*links*) und neun (*rechts*) visuelle Prozesse als Funktion der Leuchtdichte für achromatische und blaue Farben. Die hellen und komplementären Gelb-Komponenten von Bild 23 sind in Bild 24 gelöscht.

Es scheint eine wichtige Strategie des visuellen menschlichen Systems zu sein, nur die blauen Komponenten des *BJ*-Prozesses zu benutzen (und die Gelb-Komponente des *JB*-Prozesses und ähnlich für den *RG*- und *GR*-Prozeß). Wir wissen von Bild 8, daß die Optimalfarbe Violetblau V nur den Leuchtdichtefaktor 4,9 hat, verglichen mit 100 für Weiß. Viele realen blauen Farben können nur die Hälfte vom Wert 4,9 haben. Deshalb ist es für das visuelle System wichtig auch für eine blaue Farbe eine große Buntheit zu erzeugen, insbesondere weil die Leuchtdichte für blaue Farben um einen Faktor 40 geringe, verglichen mit Weiß, ist.

In Bild 24 hat die Sättigung des Blau-Prozesses den Wert 2, dies entspricht einer Verschiebung um zwei Leuchtdichte-Einheiten (1/100) hin zu kleinerer Leuchtdichte auf der Leuchtdichte-Skala. Deshalb ist in Bild 24 für die Leuchtdichte, die 100 mal kleiner ist als die Umfeld-Leuchtdichte, die größte Leuchtdichte-Änderung bei der blauen monochromatischen Wellenlänge $\lambda_{\rm B}$ = 475 nm zu erwarten.

Wenn die Differenz zwischen den beiden *I*-Prozessen *Blau* und *achromatisch* berechnet wird, dann ist die größte Differenz nur eine (und nicht zwei) Leuchtdichte-Stufen unter der Umfeld-Leuchtdichte. Falls dies als das chromatische Signal definiert ist, dann ist das maximale chromatische SIgnal nur eine (und nicht zwei) logarithmische Einheit unter der Umfeld-Leuchtdichte. Dies ist verschieden verglichen mit den zwei logarithmischen Einheiten für die maximale Leuchtdichte-Änderung. Es bleibt die Frage offen bei welcher Leuchtdichte die größte chromatische Signal-Änderung entsteht.

Richter (2006b) hat ein Modell für Schwellen und Skalierung nur für achromatische Farben entwickelt. Für benachbarte Farben spielt die Differenz des Farbsignals eine große Rolle aber für separate Farben muß zunächst der Mittelwert zwischen Farbe und Umfeld berechnet werden, um die experimentellen Ergebnisse zu beschreiben.

Deshalb wird in Bild 24 *(rechts)* der Mittelwert von zwei *I*-Prozessen Blau und achromatisch berechnet (in rot-blauer Farbe). Es ist naheliegend, daß der Haupt-Prozeß und alle anderen zwischen dem blauen und achromatischen Prozeß sich nur um eine Einheit verschiebt gegenüber der Umfeld-Leuchtdichte. Deshalb hat die blaue Farbe der monochromatischen Wellenlänge $\lambda_B = 475$ nm in einem grauen Umfeld die maximale chromatische Signal-Änderung eine logarithmische Einheit unter der Umfeld-Leuchtdichte. Falls der Leuchtdichtefaktor für das Umfeld Y = 20 ist, dann ist für Blau das chromatische Signal am größten, wenn der Leuchtdichte-Faktor ungefähr Y = 2 ist.

Für viele Personen, die mit Farbmessung arbeiten scheint dies aus Erfahrung unmöglich. Seit vielen Jahren wissen sie, daß zum Beispiel die Offset-Farbe Schwarz *N* den Leuchtdichtefaktor Y = 2,5 hat. Der Wert Y = 2 für Blau ist kleiner und deshalb heißt die Folgerung: die monochromatische Farbe $\lambda_B = 475$ nm mit Y = 2 muß schwarz erscheinen.

Aber es gibt ein gewichtiges Argument dagegen. Eine monochromatische Farbe mit $\lambda_B = 475$ nm und mit Y = 2 ist nicht unter den realen Oberflächenfarben zu finden. Daher ist eine Prüfung nur mit speziellen farbigen Lichtern in einem Labor möglich. Viele dieser Experimente, die mit Farbfiltern und Projektoren erzeugt wurden, sind in einem Buch von *Evans* (1974) beschrieben.



5.4 Maximale Leuchtdichte-Unterscheidung, chromatisches und Buntheits-Signal

Bild 25: Maximale Leuchtdichte-Unterscheidung, chromatisches und Buntheits-Signal

Bild 25 zeigt die maximale Leuchtdichte-Unterscheidung (*links*) und das maximale chromatische und Buntheits-Signal (*rechts*). Die Steigung für die Leuchtdichte-Unterscheidung für den *I*-Prozeß und den (D+I)-Prozeß ist am größten (*links*) an der roten Marke. Dies ist zwei log-Einheiten unter der Umfeld-Leuchtdichte. Das chromatische Signal ist für den *I*-Prozeß am größten an der roten Marke (*rechts*) und das Buntheits-Signal ist am größten für den (D+I)-Prozeß an der anderen roten Marke (*rechts*). Beide Marken sind eine log-Einheit unter der Umfeld-Leuchtdichte.



Bild 26: Chromatisches Signal als Funktion der relativen Leuchtdichte L_r

Bild 26 zeigt ein rote Linie für das chromatische Signal *(links)*. Die chromatischen Signale werden berechnet und dargestellt als Funktion der Leuchtdichte *(rechts)*. Das maximale chromatische Signal ist eine log-Einheit unter der Umfeld-Leuchtdichte.



Bild 27: Buntheits-Signal als Funktion der relativen Leuchtdichte L_r

Bild 27 zeigt ein rotes Rechteck für das Buntheits-Signal *(links)*. Die Buntheits-Signale werden als Funktion der relativen Leuchtdichte gezeigt *(rechts)*. Das maximale chromatische Signal ist eine log-Einheit unter der Umfeld-Leuchtdichte.

Der Unterschied zwischen dem chromatischen und Buntheits-Signal muß noch weiter in Experimenten geklärt werden. Es ist wahrscheinlich, daß es eine Verbindung mit den zwei Beobachtungsbedingungen von benachbarten und separaten Farben in einem grauen Umfeld gibt. In einer ersten Annäherung hängt die Farbdifferenz von benachbarten Farben nicht sehr stark von dem Umfeld ab. Die Farbdifferenz von separaten Farben (getrennte Farbmuster in einem grauen Umfeld) hängt jedoch sehr stark vom Umfeld ab. Dies scheint der Grund zu sein, daß das Buntheits-Signal vom Mittel der logarithmischen Signale von Muster und Umfeld abhängt. Das chromatische Signal hängt nur von Mittel der logarithmischen Signale der zwei benachbarten Farben ab. Das Mittel der Signale

der beiden benachbarten Muster ist für kleine Farbdifferenzen nicht sehr verschieden vom Signal einer der beiden Farben. Deshalb wächst die Differenz zwischen dem chromatischen und Buntheits-Signal mit zunehmendem Unterschied zwischen Muster und Umfeld.



Bild 28: Chromatische und Buntheits-Schwelle für angenähert achromatische Farben und unterschiedliche Leuchtdichte

Bild 28 zeigt die chromatische und Buntheits-Schwelle für angenähert achromatische Farben und unterschiedliche Leuchtdichte. Die zwei roten *S*-förmigen Kurven folgen dem achromatischen *I*-Prozeß *(links) und* dem achromatischen *(D+I)*-Prozeß *(rechts)* entlang der Leuchtdichte-Achse. Die Steigungen sind 1,0 und 0,5 nahe der Umfeld-Leuchtdichte.

In der Terminologie der CIE-Farbmessung gibt es für monochromatische Farben gleicher Leuchtdichte eine definierte Sättigung (p = purity) für jede Wellenlänge, die zu einer Bunttonempfindung führt. Dies ist die **chromatische Schwelle**. Für den *I*-Prozeß und den (*D*+*I*)-Prozeß können wir daher eine Verschiebung entlang der x_r -Achse erwarten im Vergleich zu dem achromatischen Signal.

Es scheint überraschend, daß diese Verschiebung klein ist, und **konstant** auf der Leuchtdichte-Achse für alle Farbreize zwischen der chromatischen Schwelle für sehr dunkle Farben bis zu dem grauen Umfeld und weiter zu der weißen Rahmenfarbe.

Es gibt beim Sehen verschiedene Methoden zur Bestimmung dieser Schwelle mit den folgenden experimentellen Bedingungen:

1. man addiert monochromatisches Licht zu einem grauen einheitlichen Umfeld bis der Buntton erscheint.

2. Man addiert monochromatisches Licht zu einem schwarzen Infeld in einem grauen Umfeld bis der Buntton erscheint.

3. Man addiert monochromatisches Licht zu einem schwarzen Infeld nur in einer Hälfte in einem grauen Umfeld bis der Buntton erscheint.

4. Falls im Fall 2 und 3 der Buntton erscheint, kann man achromatisches Licht des Umfeldfarbortes hinzufügen bis die graue Umfeldleuchtdichte erreicht ist und bis die Leuchtdichte des weißen Rahmens erreicht ist und weiter.

Evans (1974) berichtet in seinem Buch im Abschnitt "chromatic threshold (chromatische Schwelle)" auf Seite 113;

"We discovered the surprising fact that if this monochromatic luminance (the chromatic threshold luminance of the above case 2 near black) was left constant and white light was added, the mixture **remained at the chromatic threshold all the way up to a luminance match with the white background**"

"Wir entdeckten die überraschende Tatsache, falls die monochromatische Leuchtdichte (die monochromatische Leuchtdichte im oberen Fall 2 nahe Schwarz) konstant gehalten wurde und weißes Licht addiert wurde, dann bleibt die Mischung an der chromatischen Schwelle auf dem ganzen Weg bis zur Leuchtdichte-Übereinstimmung mit dem weißen Umfeld"

Deshalb gibt es zumindest im Fall 2 nur eine konstante Verschiebung für die monochromatische Schwelle entlang der x_r -Achse. Fall 2 ist die Buntheitssituation und dies wird im Bild 28 *(rechts)* gezeigt. Experimentelle Ergebnisse nach Fall 3 sind nicht bekannt und jeder Satz von experimentellen Daten ist willkommen.

6. Elementarfarben

6.1 Experimentelle Modelle und Daten für Elementarfarben



Bild 29: Elementarfarben im Spektrum nach dem Hurvich und Jameson-Modell

Bild 29 zeigt die zwei Prozesse Blau–Gelb und Rot–Grün, die nach *Hurvich* (1981) durch zwei einfache Transformationen der CIE-Normspektralwertfunktionen beschrieben werden. Die Werte in Bild 29 sind berechnet aus den CIE-Normspektralwertfunktionen und es gilt:

 $a(\lambda) = x(\lambda) - y(\lambda)$

 $b(\lambda) = 0,4 [z(\lambda) - y(\lambda)]$

Die Werte der Funktionen $a(\lambda)$ und $b(\lambda)$ sind Null bei angenähert den Wellenlängen 475nm, 503nm und 575nm für Blau *B*, Grün *G* und Gelb *J*.

Im folgenden werden wir andere experimentelle Daten von Elementarfarben betrachten. Es gibt einen berühmten Elementarfarbkreis von *Miescher* (1948) mit 24, 96, und 400 Bunttonstufen. Der Kreis wurde mit 28 Beobachtern unter Tageslicht ermittelt und CIE Lichtart C diente für die Berechnungen. Die CIE-Farbmeßdaten für die CIE Lichtart C sind ähnlich den CIE-Farbmeßdaten für die CIE-Normlichtart D65, falls die Muster nicht fluoreszieren. Dies gilt für den *Miescher*-Elementarfarbkreis.

$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	Vier Elementarfarben und vier Mittelfarben			CIE Normfarbwerte und -wertanteile für Lichtart C und 2-Grad-Beobachter						
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	Bunttonkreis	Miescher/Munsell Buntton	X _c	Yc	Zc	xc	Уc			
	Elementarrot R rotgelb R50J Elementargelb J gelbgrün J50G Elementargrün G grünblau G50B Elementarblau B blaurot B50R	08/6.0R-V5 05/3.7YR-V5 02/8.5Y-V5 23/9.5GY-V5 20/5.9G-V5 17/8.5BG-V5 14/5.3PB-V5 11/7.4P-V5	32,53 60,31 70,52 25,23 8,51 8,83 11,92 16,15	18,11 45,44 77,82 45,15 20,24 14,56 9,35 8,47	5,32 5,55 10,18 14,00 16,28 31,55 48,79 30,90	0,5813 0,5419 0,4449 0,2990 0,1890 0,1607 0,1701 0,2909	$\begin{array}{c} 0,3236\\ 0,4083\\ 0,4909\\ 0,5351\\ 0,4495\\ 0,2650\\ 0,1335\\ 0,1526\end{array}$			

Bild 30: Miescher-Elementarfarbenkreis und entsprechende Munsell-Kennzeichnung

Bild 30 zeigt die CIE-Daten des Miescher-Elementarfarbkreises und entsprechende Munsell- Kennzeichnungen

Elementa und Mitte	rfarben elfarben		Munsell-Bezeichnung (Value 5) bunttongleiche Wellenlänge			
Buntton	Beobacht K.R.	er G.W.	A.V.	К.М.	Munsell-Mittelwert und bunttongleiche Wellenlänge	Korrektur Bezold-Brücke Effekt
Rot R	6.5R 700	5.8R 494c	6.0R 494c	5.8R 494c	6.0R 494c	494c 700 495c
R50J	3.75YR 592	4.2YR 591	3.5YR 593	3.7YR 592	3.7YR 592±1	590±2
Gelb J	7.5Y 575	8.5Y 574	10.0Y 572	10.0Y 572	8.5Y 574±2	572±2
J50G	10GY 542	8.75GY 550	9.0GY 548	0.5G 536	9.5GY 544±8	542±10
Grün G	6.0G 502.5	5.0G 504	6.0G 502.5	6.7G 501.5	5.9G 503±2	503±2
G50B	7.5BG 488.5	8.75BG 487.5	8.0BG 488	10.0BG 486.5	8.5BG 488±2	489±2
Blau B	5.6PB 472	5.0PB 474.5	5.1PB 474	5.0PB 474.5	5.3PB 474±2	472±2
B50R	7.5P 558c	7.5P 558c	7.0P 560c	7.5P 558c	7.4P 559c±1	559±1

Bild 31: Experimentelle *Munsell*-Farbkennzeichnung und bunttongleiche Wellenlänge für Elementarfarben Bild 31 zeigt die experimentelle *Munsell*-Farbkennzeichnung und die bunttongleiche Wellenlänge für die Elementarund Mittelfarben des *Miescher*-Elemetarfarbkreises nach *Richter* (1969). In dem folgenden Sehmodell werden für die Elementarfarben *B*, *G* und *J* die bunttongleichen Wellenlängen 475nm, 525nm und 575nm benutzt. In einem folgenden verbesserten Modell wird angestrebt, daß die bunttongleiche Wellenlänge 525nm von Grün *G* geändert wird und zwar entsprechend der experimentell gefundenen Wellenlänge nahe 503nm für Grün.

Elementarfarbe und CIE-LichtartCIELAB-Daten, CIE-Normfarbwerte und Normlichtart D65 und Lichtart D50 und d					nd -we	ertante	ile für C	IE-			
					d den 2	2-Grad	-Beobac	hter			
CIE-Testfarbe	Licht	L^*	a*	b*	C*ab	h _{ab}	X	Y	Ζ	x	у
09, Rot R 10, Gelb J 11, Grün G 12, Blau B	D65	40,04 81,30 52,27 30,52	58,98 -2,99 -42,40 1,21	28,32 71,82 13,64 -46,35	65,43 71,89 44,54 46,37	25,7 92,4 162,2 271,5	20,64 54,89 12,15 6,24	11,27 59,01 20,38 6,45	4,34 12,02 15,34 27,59	$\begin{array}{c} 0,5693 \\ 0,4359 \\ 0,2538 \\ 0,1550 \end{array}$	0,3110 0,4686 0,4258 0,1601
09, Rot R	D50	41,88	62,00	31,82	69,69	27,2	23,31	12,42	3,24	0,5982	0,3188
10, Gelb J		81,97	1,81	71,59	71,61	88,5	58,84	60,24	9,50	0,4576	0,4685
11, Grün G		51,62	-41,12	11,52	42,70	164,4	12,10	19,81	11,95	0,2759	0,4515
12, Blau B		29,20	-5,28	–49,34	49,62	263,9	5,25	5,92	21,25	0,1621	0,1825

Bild 32: Farbmetrische Daten der CIE-Testfarben Nr. 9 bis 12 als Repräsentant der vier Elementarfarben Bild 32 zeigt die farbmetrischen Daten der CIE-Testfarben Nr. 9 bis 12, die eine gute Näherung für die vier Elementarfarben bei der CIE-Normlichtart D65 und der Lichtart D50 darstellen.

Die spektralen Daten der CIE-Testfarben sind in CIE 13.3 definiert. Es gibt reale Muster von der BAM und anderen Quellen, welche die spektrale CIE-Reflexion approximieren. Zusätzlich sind metamere Muster für D65 erhältlich, z. B. wurden die CIE-Testfarben in den metameren ISO/IEC-Prüfvorlagen nach ISO/IEC 15775 mit Standard-Offset-Druckfarben produziert.

In der Bildtechnologie werden die CIELAB-Bunttonwinkel $h_{ab} = 27, 92, 158, 273$ für RJGB benutzt, um die Elementarbunttöne für diese Winkel zu produzieren. Für einen realen Drucker wurden 10 Seiten mit den sechs Gerätebunttönen (OYLCVM) und den vier Elementarbunttönen (RJGB) produziert. Für dieses Druckerbeispiel siehe die Datei (350 kByte, 10 Seiten).

http://www.ps.bam.de/VE39/10L/L39E00NP.PDF

Die CIELAB-Bunttonwinkel *h*_{ab} werden in der Ausgabe für beides angegeben: die sechs Geräte-Basisfarben *OYLCVM und* die vier CIE-Elementarbunttöne *RJGB*, die vom Drucker angenähert produziert wurden.



Bild 33: 16stufige Farbreihen in einem Bunttondreieck mit dem Elementarbuntton Grün

Bild 33 zeigt die 16stufigen Farbreihen in einem Bunttondreieck mit dem Elementarbuntton Grün des CIELAB-Bunttonwinkels h_{ab} = 162 Grad. Die drei 16stufigen Reihen Schwarz–Weiß, Weiß–Grün und Grün–Schwarz sollten visuell gleichabständig gestuft sein. Dies ist für viele Geräte oft nicht der Fall. ISO/IEC TR 19797 beschreibt eine Methode, um die Ausgabe entsprechend diesem Ziel zu verbessern.

Ein Bunttondreieck enthält die Farbmerkmale relative Weißheit, relative Buntheit und relative Schwarzheit, die alle auf einer Skala zwischen 0 und 1 sind. Nach Ostwald (1930) gibt es eine farbmetrische Beziehung

Weißheit + Schwarzheit + Buntheit = 1

Für das farbmetrische Merkmal "relative Schwarzheit" suchen wir eine Beziehung zu all den achromatischen und chromatischen Signalen, die wir bisher in Bildern gezeigt haben und die wir in den nächsten Anschnitten noch zeigen werden.

Das Schwedische Natürliche Farbsystem (*Swedish Natural Colour System*) *NCS* (1982) hat die drei relativen Farbmerkmale "Elementarbuntton", "Schwarzheit" und "Buntheit" als primäre Farbmerkmale ausgewählt. Man kann diese Farbmerkmale vergleichen mit den Kennzeichnungen des *Munsell*-Farbsystems: Buntton, Buntheit und Helligkeit (Value). Die Definitionen von Dreiecks-Helligkeit *t** und Schwarzheit *n** in Bild 33 sind verschieden von der Definition der CIE-Helligkeit *L**, siehe Richter (2006a). Es ist eine ungelöste Frage, ob wir die Basis-Koordinaten des angestrebten Farbsehmodells benutzen können, um die *NCS*- Koordinaten zu beschreiben und zusätzlich die CIELAB-Koordinaten, welche die wesentlichen Koordinaten des *Munsell*-Farbsystems darstellen.

7. Weitere symmetrische Eigenschaften des Farbsehmodells



Bild 34: Empfindlichkeiten U_o , N_o , W_a , P_a , D_a , T_a (*links*) und Sättigungen e_{xW} (*rechts*) für $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm Bild 34 ist ähnlich zu Bild 20 und zeigt die Empfindlichkeiten U_o , N_o , W_a , P_a , D_a , T_a (*links*) und Sättigungen e_{xU} (*rechts*) für Rot–Grün (RG-) Adaptation an 525nm.

Es gibt eine einfache Beziehung

 $\log N_{\rm o}(\lambda) = 0.5 \left[\log T_{\rm a}(\lambda) + \log U_{\rm o}(\lambda) \right]$

Indem wir Symmetrie suchen, gibt es eine ähnliche symmetrische Beziehung:

 $\log U_{\rm o}(\lambda) = 0.5 \left[\log T'_{\rm a}(\lambda) + \log N_{\rm o}(\lambda) \right]$



Bild 35: 9 Empfindlichkeiten U_0 , N_0 , W_a , P_a , D_a , T_a , P'_a , D'_a , T'_a (links) und Sättigungen e_{xW} (rechts) für $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm

Bild 35 zeigt 9 Empfindlichkeiten U_0 , N_0 , W_a , P_a , D_a , T_a , P'_a , D'_a , T'_a (*links*) und Sättigungen (*rechts*) für die RG- und JB-Adaptation an 525nm. Die Empfindlichkeit T'_a mit einem Strich (') ist definiert in der obigen Gleichung. Es erscheint nicht unmöglich, daß die "Strich-Empfindlichkeit" oben für T'_a durch eine einfache Differenz berechnet wird und mit ähnlichen Gleichungen für P'_a und D'_a .

Falls wir die Sättigungen auf der rechten Seite von Bild 35 betrachten, so erkennen wir jetzt komplette Symmetrie:

1. zwischen den Geraden über und unter der Nullinie ("mesopische Sättigung"), und

2. zwischen den Steigungen auf der Wellenlängenskala größer und kleiner verglichen mit 525nm

Falls es eine dynamische Bereichsbeschränkung gibt (Schwelle $t_s = 0.007$) dann ist die Sättigung e_{TW} unter 350nm und über 610nm begrenzt. Dieser Bereich der mesopischen Sättigung e_{TW} ist größer verglichen mit der photopischen Sättigung e_{TW} in Bild 19. Jedoch beide, die mesopische Sättigung e_{TW} und die photopische Sättigung

 e_{TU} könnten eine geringere Rolle spielen verglichen mit der Sättigung e_{NW} , die **nicht** in dem gesamten visuellen Bereich begrenzt ist. Zusätzlich ist weder die mesopische Sättigung e_{PW} noch die mesopische Sättigung e_{DW} in dem gesamten visuellen Bereich begrenzt.



Bild 36: Aktive Empfindlichkeiten P_a , D_a , T_a , P'_a , D'_a , T'_a (*links*); Sättigungen e_{xW} (rechts) für $\lambda_{RG}=\lambda_{JB}=525$ nm Bild 36 zeigt die 6 aktiven Empfindlichkeiten P_a , D_a , T_a , P'_a , D'_a , T'_a , und U_o , N_o , W_a (*links*) und die mesopischen Sättigungen e_{xW} (rechts) für die RG-Adaptation an 525nm. Wir müssen die Größe "aktive Empfindlichkeiten" definieren. In Bild 21 zeigten wir für den BJ-Prozeß zum Beispiel nur die Blau-Signale, die größer sind als die achromatischen Signale. Sie spielen eine wichtige Rolle für die Leuchtdichte- und die chromatische Unterscheidung der blauen Farben. Falls wir die Sättigungen in Bild 36 (rechts) betrachten, dann werden zusätzlich alle negativen Anteile der aktiven Empfindlichkeiten unter der rot-schwarzen Null-Linie gelöscht. Im Bild 36 haben wir die negativen Anteile von (*U/W*) und (*N/W*) (Gelb–Schwarz- und Cyan–Schwarz-Linie) nicht gelöscht.



Bild 37: Empfindlichkeiten U_0 , N_0 , W_a , P_a , D_a , T_a , P'_a , D'_a , T'_a (links) und Sättigungen e_{xW} (rechts) für $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 575$ nm

Bild 37 zeigt 9 Empfindlichkeiten U_o , N_o , W_a , P_a , D_a , T_a , P'_a , D'_a , T'_a , und U_o , N_o , W_a , H_a (*links*) und die mesopischen Sättigungen (*rechts*) für die RG- und JB-Adaptation an 575nm, welche eine komplette Adaptation an 575nm anzeigt. Verglichen mit Bild 36 ist die Adaptation sowohl in der Rot–Grün- als auch in der Gelb–Blau-Richtung nicht von 525nm nach 575nm geändert. Die RG-Eigenschaften sind ähnlich den Eigenschaften von Bild 18. Die Empfindlichkeit H_a ist als eine vertikale Verschiebung von W_a definiert und durch $\lambda_{RG} = 575$ nm bestimmt.

Von der von Kries -Theorie der chromatischen Adaptation ist bekannt, daß sich die drei Zapfen-Empfindlichkeiten ändern. Anstelle von drei ändern sich hier sechs Zapfen-Empfindlichkeiten und die am meisten überraschende Änderung ist die Änderung der zwei Empfindlichkeiten T_a und T'_a .

Als Ergebnis haben die zwei Elementarfarben Gelb J und Blau B, die durch die bunttongleichen Wellenlängen

575nm und 475nm definiert sind, ein Rot-Grün-Signal von Betrag Null. Falls sich die Elementarfarben Gelb J und Blau B farbmetrisch zu Weiß W mischen, dann können wir zusätzlich ein Rot-Grün-Signal von Betrag Null erwarten und zwar für alle achromatischen weißen und grauen Farben.

Man muß erkennen, daß eine Änderung von $U_0(\lambda)$ und $N_0(\lambda)$ nicht notwendig ist. Nur die Gewichtung von $P_a(\lambda)$ und $D_{a}(\lambda)$ und $P'_{a}(\lambda)$ und $D'_{a}(\lambda)$ ändert sich entsprechend den Gleichungen

 $\log U_0(\lambda) = 0.5 \left[\log P_a(\lambda) + \log D_a(\lambda) \right]$

 $\log N_{0}(\lambda) = 0.5 \left[\log P'_{a}(\lambda) + \log D'_{a}(\lambda) \right]$

Für RG-Adaptation an 525nm gilt

 $\log P_{\rm a}(\lambda) = \log P_{\rm o}(\lambda) + 0.16$

 $\log D_{\rm a}(\lambda) = \log D_{\rm o}(\lambda) - 0.09$

und für RG-Adaptation an 575nm gilt

 $\log P_{a}(\lambda) = \log P_{0}(\lambda) - 0.05$

 $\log D_{\rm a}(\lambda) = \log D_{\rm o}(\lambda) + 0.12$

Abhändig von der RG-Adaptationswellenlänge ($\lambda_{RG} >= 525$ nm) erlauben die folgenden Gleichungen die Konstanten in den obigen Gleichungen zu bestimmen. Für jede RG-Adaptation sind die Sättigungen $e_{PU}(\lambda_{RG})$ und $e_{DU}(\lambda_{RG})$ gleich

 $e_{PU}(\lambda_{RG}) = e_{DU}(\lambda_{RG})$

oder

 $\log \left[P_{a}(\lambda_{RG}) / U_{a}(\lambda_{RG}) \right] = \log \left[D_{a}(\lambda_{RG}) / U_{o}(\lambda_{RG}) \right]$

oder

 $\log P_{a}(\lambda_{RG}) = \log D_{a}(\lambda_{RG})$

oder

 $\log P_{o}(\lambda_{RG}) + a_{P} = \log D_{o}(\lambda_{RG}) + a_{D}$

Zusammen mit

 $\log U_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) = 0.5 \left[\log P_{\rm a}(\lambda_{\rm RG}) + \log D_{\rm a}(\lambda_{\rm RG}) \right]$

 $\log U_{a}(\lambda_{RG}) = \log U_{o}(\lambda_{RG})$

ergibt sich

 $\log U_{0}(\lambda_{RG}) = 0.5 \left[\log P_{0}(\lambda_{RG}) + a_{P} + \log D_{0}(\lambda_{RG}) + a_{D}\right] = 0.5 \left[2 \left\{\log P_{0}(\lambda_{RG}) + a_{P}\right\}\right] = \log P_{0}(\lambda_{RG}) + a_{D}$ oder

$$a_{\rm P} = - \left[\log P_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) - \log U_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) \right]$$

= - log [$P_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) / U_{\rm o}(\lambda_{\rm RG})$] = - $e_{\rm PU}(\lambda_{\rm RG})$
 $a_{\rm D} = - \left[\log D_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) - \log U_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) \right]$
= - log [$D_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) / U_{\rm o}(\lambda_{\rm RG})$] = - $e_{\rm DU}(\lambda_{\rm RG})$

Deshalb ist die chromatische RG-Adaptation an jede Wellenlänge λ_{RG} nur eine Verschiebung durch eine Konstante, die definiert ist durch die Sättigungen $e_{PU}(\lambda_{RG})$ oder $e_{DU}(\lambda_{RG})$.

Wegen der Symmetrie des Modells entlang der Wellenlängen-Skala verglichen mit 525nm gibt es die folgenden entsprechenden Gleichungen für λ'_{RG} = 475nm:

$$\begin{aligned} a_{\text{P}'} &= -\left[\log P'_{\text{o}}(\lambda'_{\text{RG}}) - \log N_{\text{o}}(\lambda'_{\text{RG}})\right] & \lambda'_{\text{RG}} < 525 \text{ nm} \\ &= -\log\left[P'_{\text{o}}(\lambda'_{\text{RG}}) / N_{\text{o}}(\lambda'_{\text{RG}})\right] = -e_{\text{PN}}(\lambda'_{\text{RG}}) \\ a_{\text{D}'} &= -\left[\log D_{\text{o}}(\lambda'_{\text{RG}}) - \log N_{\text{o}}(\lambda'_{\text{RG}})\right] \\ &= -\log\left[D_{\text{o}}(\lambda'_{\text{RG}}) / N_{\text{o}}(\lambda'_{\text{RG}})\right] = -e_{\text{DN}}(\lambda'_{\text{RG}}) \\ &\text{htsprechende Gleichungen sind notwendig für die Gelb-Blau-Richtung.} \end{aligned}$$

Entsprechende Gleichungen sind notwendig für die Gelb-Blau-Richtung

 $\log W_{a}(\lambda) = 0.5 \left[\log U_{0}(\lambda) + \log N_{0}(\lambda) \right]$ $\log H_{a}(\lambda) = \log W_{a}(\lambda) + a_{T}$ $\log H_{a}(\lambda_{BG}) = \log U_{o}(\lambda_{BG})$ $\log H_a(\lambda_{RG}) = \log W_a(\lambda_{RG}) + a_T$

es folgt

$$\lambda_{\rm RG} >= 525 \,\rm nm$$

```
a_{\rm T} = \log H_{\rm a}(\lambda_{\rm RG}) - \log W_{\rm a}(\lambda_{\rm RG}) = \log [U_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) / W_{\rm a}(\lambda_{\rm RG})]
```

- $= \log U_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) 0.5 \left[\log U_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) + \log N_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) \right]$
- $= 0.5 \log U_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) 0.5 \log N_{\rm o}(\lambda_{\rm RG})$
- = 0,5 log $U_{\rm o}(\lambda_{\rm RG}) / N_{\rm o}(\lambda_{\rm RG})$
- $= 0.5 \ e_{\rm UN}(\lambda_{\rm RG})$

Daher gilt für jede Gelb-Blau-Adaptation

 $\log H_{\rm a}(\lambda_{\rm RG}) = \log W_{\rm a}(\lambda_{\rm RG}) + 0.5 \ e_{\rm UN}(\lambda_{\rm RG})$



Bild 38: Aktive Empfindlichkeiten P_a , D_a , T_a , P'_a , D'_a , T'_a (links) und Sättigungen e_{xW} (rechts) für $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 575$ nm

Bild 38 zeigt die 6 aktiven Empfindlichkeiten P_a , D_a , T_a , P'_a , D'_a , T'_a , und U_o , N_o , W_a , H_a (*links*) und die mesopischen Sättigungen (*rechts*) für die RG- und JB-Adaptation an 575nm

8. Sättigungsdiagramme und chromatische Adaptation

8.1 Sättigungsdiagramme in mesopischen Einheiten



Bild 39: Sättigungsdiagramme in mesopischen Einheiten für Adaptationen $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm und $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 575$ nm

Bild 39 zeigt Sättigungsdiagramme in mesopischen Einheiten für die zwei Adaptationen $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm (*links*) und $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 575$ nm (*rechts*). Die vertikalen und horizontalen Achsenparameter sind die gleichen mit dem wichtigen

Unterschied, daß der absolute Betrag in der horizontalen Richtung benutzt wird.

 $\begin{aligned} \mathbf{a}'(\lambda) &= |\log \left[U_{\mathbf{o}}(\lambda) / W_{\mathbf{a}}(\lambda) \right] | \\ &= |e_{\mathbf{UW}}(\lambda) | \\ \mathbf{b}'(\lambda) &= \log \left[U_{\mathbf{o}}(\lambda) / W_{\mathbf{a}}(\lambda) \right] \\ &= e_{\mathbf{UW}}(\lambda) \end{aligned}$

Die Umfeld-Sättigung der Wellenlänge $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm *(links)* und $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 575$ nm *(rechts)* wird mit einer weißen Markierung gezeigt. Es ist wichtig zu erkennen, daß der Verlauf und die Form der Diagramme [$a'(\lambda)$, $b'(\lambda)$] **unabhängig** von der chromatischen Adaptation ist. Deshalb ergibt die chromatische Adaptation-Formel nur eine Verschiebung zwischen der Muster- und Umfeld-Sättigung. Zum Beispiel, falls a' die Sättigung des Musters ist und a'_n die Sättigung des Umfeldes, dann gilt für jedes Umfeld (Index n, z. B. D65 oder D50)

 $a' - a'_{n} = a'(D65) - a'_{D65}$

 $b' - b'_{n} = b'(D65) - b'_{D65}$

Falls die zwei Umfeldfarbarten D65 und D50 sind, dann gilt:

 $a'(D65) - a'_{D65} = a'(D50) - a'_{D50}$

 $b'(D65) - b'_{D65} = b'(D50) - b'_{D50}$

Deshalb ist die Beschreibung der chromatischen Adaptation sehr einfach und sieht ähnlich der Verschiebung im Farbenraum CIELUV 1976 aus. Die ähnlichen Gleichungen in CIELUV sind:

 $u'(D65) - u'_{D65} = u'(D50) - u'_{D50}$

 $v'(D65) - v'_{D65} = v'(D50) - v'_{D50}$

Richter (1980) hat ähnliche Gleichungen für den CIELAB-Farbenraum entwickelt (vergleiche Bild 12):

 $a'(D65) - a'_{D65} = a'(D50) - a'_{D50}$

 $b'(D65) - b'_{D65} = b'(D50) - b'_{D50}$

mit (vergleiche Bild 12):

 $a' = 0,2191 [x/y]^{1/3}$

 $b' = -0,08376 [z/y]^{1/3}$

Zusätzlich können die CIELAB-Buntheitskomponenten berechnet werden mit (vergleiche Bild 12):

 $a^* = [a' - a'_n] Y^{1/3}$

$$b^* = [b' - b'_n] Y^{1/3}$$

Als Ergebnis können wir erwarten, daß wir die CIELAB-Buntheiten *a** und *b** beschreiben können mit den obigen logarithmischen Sättigungsdifferenzen anstelle der Kubikwurzel-Farbartdifferenz.

Für die exakte Berechnung der CIELAB-Buntheiten a^* und b^* ist eine Multiplikation der Kubikwurzel-Farbartdifferenz und der Kubikwurzel des Leuchtdichtefaktors ($Y^{1/3}$) notwendig. Wir können eine logarithmische Sättigungsdifferenz multipliziert mit $Y^{1/3}$ benutzen für eine erste Annäherung an die CIELAB-Buntheiten a^* und b^* . Eine wesentlich bessere Annäherung von visuellen Daten erfordert die Benutzung der Q-Funktion mit der S-Form-Eigenschaft als Funktion von $x_r = \log [L/L_b] = \log L_r$ anstelle der Funktion $Y^{1/3}$.

Es gibt unterschiedliche Methoden, um das neue symmetrische Farbsehmodell zu testen, zum Beispiel kann man ein monochromatisches Blau studieren. Zum Beispiel mit der Wellenlänge $\lambda = 475$ nm und mit einer Leuchtdichte von 100 cd/m² in einen grauen Umfeld der gleichen Leuchtdichte. Dann wird die folgende grundlegende Differenz vorausgesagt:

1. CIELAB berechnet eine sehr hohe Buntheit.

2. Das Farbsehmodell berechnet eine Buntheit, die angenähert Null ist.

Die Gründe für die beiden gegensätzlichen Ergebnisse sind sehr verschieden:

1. Die CIELAB-Buntheit wächst unbegrenzt mit $Y^{1/3}$.

2. Für monochromatisches Blau ist die Leuchtdichte der **chromatischen Schwelle vier log-Einheiten unter** der Leuchtdichte des grauen Umfeldes und damit **zwei log-Einheiten unter** der **achromatischen Schwelle**, die zwei log-Éinheiten unter der grauen Umfeldleuchtdichte liegt. Deshalb können wir erwarten daß die Buntheit C^*_{ab} des monochromatischen Blau ihr Maximum 2 log-Einheiten unter der Umfeld-Leuchtdichte erreicht und bei der Umfeld-Leuchtdichte ihren Grenzwert erreicht. Dies führt angenähert zur Buntheit mit dem Betrag Null bei der Umfeld-Leuchtdichte.

Deshalb erscheint CIELAB vollständig fehlerhaft mit dem unbegrenzten Anstieg der Buntheit als Funktion der Kubikwurzel des Leuchtdichtefaktors. Die Q-Funktion enthält den Sättigungseffekt und sagt eine Buntheit mit dem Betrag Null voraus für Muster mit ungefähr der relative Leuchtdichte L_r des grauen Umfeldes.

Anmerkung: Wegen des variablen Schwellen-Bereichs könnte dieser Nullpunkt je nach Sehbedingung auch erst eine Einheit über der Umfeld-Leuchtdichte auftreten.



Bild 40: Drei Sättigungsdiagramme in mesopischen Einheiten für Adaptationen $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm und $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 575$ nm

Bild 40 zeigt drei Sättigungsdiagramme in mesopischen Einheiten für die zwei Adaptationen $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm *(links)* und $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 575$ nm *(rechts)*. Für die vertikale und horizontale Achse wird die gleiche mesopische Sättigung $e_{UW}(\lambda)$ benutzt mit dem wichtigen Unterschied, daß in der horizontalen Richtung der absolute Betrag | $e_{UW}(\lambda)$ | benutzt wird.

Zusätzlich ist für $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm (*links*) die "Rot"-Sättigung $e_{PU}(\lambda)$ auf der horizontalen Achse für die Rot-Diagramme subtrahiert und die "Grün"-Sättigung $e_{DU}(\lambda)$ ist auf der horizontalen Achse für die Grün-Diagramme (*links*) addiert.

Ähnlich ist für $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 575$ nm (*rechts*) die "Rot"-Sättigung $e_{PU}(\lambda)$ auf der horizontalen Achse für die Rot-Diagramme subtrahiert und die "Grün"-Sättigung $e_{DU}(\lambda)$ ist auf der horizontalen Achse für die Grün-Diagramme (*rechts*) addiert.

In beiden Fällen zeigt das weiße Kreuz die Sättigung des Umfeldes 525nm (*links*) und 575nm (*rechts*). In beiden Fällen werden die zwei mesopischen Sättigungen $|e_{UW}(\lambda)|$ und $e_{UW}(\lambda)$ (*Gelb–Schwarz-Farbe*) abgeschnitten bei den "Rot"- und der "Grün"-Sättigungen am Umfeld.

Interpretationen dieser Art von Sättigungsdiagrammen müssen weiter entwickelt werden.

8.2 Modell und *Evans* G0-Farben in einem monochromatischen Umfeld $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm





Bild 41: Modell und *Evans*-G0-Farben in einem monochromatischen Umfeld $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm

Bild 41 zeigt die Modell und *Evans* G0-Farben in einem monochromatischen Umfeld $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm. Die G0-Farben sind die Farben der relativen Schwarzheit $n^* = 0$, die in Bild 33 für ein achromatisches weiße Umfeld gezeigt werden.

Es gibt ein erstes Modell mit zwei mesopischen Erregungen $e_{NH}(\lambda)$ für $U_0 < N_0$ und $e_{UH}(\lambda)$ für $U_0 >= N_0$ (*links*) und ein zweites Modell mit einer photopischen Sättigung $e_{NU}(\lambda)$ für $U_0 < N_0$ und der gleichen mesopischen Sättigung $e_{UH}(\lambda)$ für $U_0 >= N_0$ (*rechts*). Das zweite Modell (*rechts*) beschreibt die *Evans* (1974)-Daten im gesamten Bereich viel besser. Deshalb ist die Benutzung von einigen Sättigungen in **photopischen** Einheiten für $\lambda < 525$ nm notwendig, um die experimentellen Daten unter 525nm zu beschreiben.

Anmerkung: Die Beschreibung für die Purpurfarben muß weiter untersucht werden. Im Moment wissen wir nicht, wie die Änderung des Vorzeichens (absolute Daten) in dem Purpurbereich zu behandeln ist. Es gibt zwei Möglichkeiten, nämlich zwischen den Empfindlichkeiten oder Sättigungen zu interpolieren und hierzu die Daten an den beiden Wellenlängen 400nm und 700nm zu benutzen.



Bild 42: Sättigungen (*links*) und Sättigungsdiagramm (*rechts*) in photopischen Einheiten für $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm

Bild 42 zeigt Sättigungen *(links)* und ein Sättigungsdiagramm *(rechts)* in photopischen Einheiten für die Adaptation $\lambda_{RG} = \lambda_{JB} = 525$ nm als Funktion der Wellenlänge *(links)* und in zwei Dimensionen *(rechts)*. Die Parameter der vertikalen und horizontalen Achse können immer gleich sein, zum Beispiel

 $\log \left[N_{o}(\lambda) / U_{o}(\lambda) \right] \qquad \text{für jedes } U_{o}, N_{o}$

oder unterschiedlich. Wir haben zwei Gleichungen gewählt:

 $\log \left[N_{\rm o}(\lambda) / U_{\rm o}(\lambda) \right] \qquad \text{für } U_{\rm o} < N_{\rm o}$

 $\log \left[N_{\rm o}(\lambda) / U_{\rm o}(\lambda) \right] = 0 \quad \text{für } U_{\rm o} >= N_{\rm o}$

Wieder wird der absolute Betrag | log [$N_o(\lambda) / U_o(\lambda)$] | benutzt für U_o und N_o in der gesamten horizontalen Richtung. Der Grund für diese Wahl ist der Erfolg in Bild 41 zur Beschreibung der *Evans* G0-Farben mit Sättigungen unter 525nm in photopischen Einheiten. Deshalb benutzen wir in Bild 42 in horizontaler und vertikaler Richtung:

$$a'(\lambda) = |\log [U_{o}(\lambda) / N_{o}(\lambda)]| = |-\log [N_{o}(\lambda) / U_{o}(\lambda)]| \text{ für jedes } U_{o}, N_{o}$$

Eine einfachere Wahl (hier nicht dargestellt) ist:

$$\begin{aligned} a'(\lambda) &= |\log \left[U_{o}(\lambda) / N_{o}(\lambda) \right] | = | -\log \left[N_{o}(\lambda) / U_{o}(\lambda) \right] | \\ b'(\lambda) &= \log \left[U_{o}(\lambda) / N_{o}(\lambda) \right] \end{aligned}$$

für jedes *U*o, *N*o für jedes *U*o, *N*o

Die zwei Koordinaten definieren ein symmetrisches photopisches Sättigungsdiagramm das dem mesopisches Sättigungsdiagramme in Bild 40 ähnlich ist.

9. Zukünftige Arbeit

- In Zukunft soll das Farbsehmodell dieser Arbeit auf die folgenden Daten angewendet werden:
- 1. Skalierungsdaten des *Munsell*-Farbordnungssystems.
- 2. Skalierungsdaten des OSA-Farbordnungssystems.
- 3. Skalierungsdaten des NCS Farbordnungssystems und Daten mit NCS Elementarbuntton, NCS Schwarzheit und NCS Buntheit.
- 4. Schwellendaten und Farbdifferenzen für aneinandergrenzende Farben, z. B. die Daten von CIEDE2000.
- 5. Evans -G0-Farben für verschiedene chromatische Adaptation.
- 6. Daten von achromatischen und chromatischen Schwellen.

Die grundlegenden neuen Eigenschaften des Farbsehmodells können zur Verbesserung der CIELAB-Formel beitragen, die für Oberflächenfarben entwickelt wurde. Eine verbesserte Formel sollte experimentelle Ergebnisse aus einen größeren visuellen Bereich von Leuchtdichte und Farbart beschreiben und für verschiedene Adaptationsbedingungen gelten.

10. Literatur

CIE 170-1:2006, Fundamental chromaticity diagrams with physiological axes - Part 1 CIE 15: 2004, Colorimetry

Evans, R. M. (1974), The perception of colour, John Wiley, New York, ISBN 0-471-24785-5, 248 Seiten

Goethe, J. W. (1800), Die Farbenlehre

ISO/IEC 15775:1999, Information Technology – Office Systems – Method for specifying image reproduction of colour copying machines by analog test charts – Realisation und application, Editor: K. Richter.

ISO/IEC TR 19797:2004, Information Technology – Office Systems – Device output of 16-step colour scales, output linearization method (LM) and specification of the reproduction properties, Editor: K. Richter, Zur Information und für Prüfvorlagen nach ISO/IEC TR 19797 siehe

http://www.ps.bam.de/19797T

ISO/IEC TR 24705:2005, Information Technology – Office Systems – Method of specifying image reproduction of colour devices by digital and analog test charts, Editor: K. Richter, Zur Information und für Prüfvorlagen nach ISO/ IEC TR 24505 siehe

http://www.ps.bam.de/24705T

Holtsmark, T. und Valberg, A. (1969), Colour discrimination and hue, Nature, Volume 224, October 25, S. 366-367

Hurvich, Leo. M (1981), Colour Vision, Sinauer Associates Inc, Sunderland, Massachusetts, ISBN 0 87893-336-0

Miescher, K. (1969), The natural colour conception serving as base for elementary colour teaching, AIC Colour 69, Stockholm, Musterschmidt, Seiten 1231-1241

Natural Colour System *NCS* (1982), Svensk Standard SS 01 91 0:1982, Colour notation system – SS 01 91 01:1982, CIE tristimulus values und trichromatic co-ordinates for some 16 000 colour notations according to SS 01 91 00 – SS 01 91 02:1982, Colour atlas – SS 01 91 02:1982, CIE tristimulus values und chromaticity co-ordinates for colour samples in SS 01 91 02

Ostwald, W, (1923), Physikalische Farbenlehre, Leipzig, Unesma

Ostwald, W, (1930), Die Farbenfibel, Leipzig, Unesma

Richter, K. (1969), Antagonistische Signale beim Farbensehen und ihr Zusammenhang mit der empfindungsgemäßen Farbordnung, Dissertation, Universität Basel

Richter, K. (1971), Description of colour attributes und colour differences, In: Color Metrics, AIC, Soesterberg, TNO, 134-146

Richter, K., BAM-Forschungsbericht Nr. 61 (1979), Beschreibung von Problemen der höheren Farbmetrik mit Hilfe des Gegenfarbensystems, 99 Seiten, ISSN 0172-7613

Richter, K. (1980), Cube root colour spaces und chromatic Adaptation, Color Res. und Appl. 5, no. 1, S. 25-43

Richter, K., BAM-Forschungsbericht Nr. 115 (1985), Farbempfindungsmerkmal Elementarbuntton und Buntheitsabstände als Funktion von Farbart und Leuchtdichte von In- und Umfeld, 118 Seiten, ISBN 3-88314-420-7

Richter, K. (1996), Computergrafik und Farbmetrik, Farbsysteme, PostScript, geräteunabhängige CIE-Farben, VDE-Verlag, Berlin, ISBN 3-8007-1775-1, 288 Seiten einschließlich CD-ROM und 500 Farbbildern, siehe http://www.ps.bam.de/buch

Richter, Klaus (2005a), Relative Colour Image Technology (RCIT) and RLAB lab* (2005) Colour Image Encoding, siehe (70 Seiten, 850 kByte)

http://www.ps.bam.de/RLABE.PDF

Richter, K. (2005b), Linear relationship between CIELAB and device coordinates for Colorimetric Image Technology (CIT), siehe (140 kByte, 6 Seiten)

http://www.ps.bam.de/CIE05.PDF

Richter, K. (2006a), Device dependent linear relative CIELAB data *lab** and colorimetric data for corresponding colour input and output on monitors and printers, CIE Symposium, 75 years colorimetric observer, Ottawa/Canada, 2006, 6 Seiten, wird veröffentlicht im CIE-Symposiums-Bericht.

Richter, K. (2006b), Relation of Weber law and Stevens law at achromatic threshold, siehe (11 Seiten, 200 kByte)

http://www.ps.bam.de/BAMAT.PDF

Valberg, A. und Holtsmark, T. (1971), Similarity between JND-curves for complementary optimal colours, In: Color Metrics, AIC, Soesterberg, TNO, 58-68

Valberg, Arne (2005), Light – Vision – Color, John Wiley & Sohn, 462 Seiten

Witt, J. (2006), Farbmetrische Methoden zur Herstellung von Prüfvorlagen für Farbkopierer, Farbscanner und Farbmonitore, Dissertation, TU Berlin, Fakultät IV, Elektrotechnik und Informatik, 177 Seiten